

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»

**ПРОГРАММА  
вступительных испытаний  
для поступающих в аспирантуру**

Направление подготовки  
**01.06.01 Математика и механика**

Специальность  
**01.02.04 Механика деформируемого твердого тела**

Нальчик, 2017 г.

Программа построена таким образом, что студент освоивший вопросы, выносимые на экзамен, должен владеть основными методами построения математических моделей различных физических процессов и явлений естествознания, а также владеть основными методами исследования задач механики деформируемого твердого тела и численными методами их решения.

Программа охватывает разделы из математического анализа, теории функций комплексной переменной, элементы линейной алгебры, вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, численные методы решения краевых задач для основных типов дифференциальных уравнений в частных производных, в том числе метод конечных и граничных элементов.

### **ОУМ.1. Математический анализ**

Предел функции. Замечательные пределы. Определение предела функции по Коши. Теоремы о пределах функций. Пять замечательных предела. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Определение непрерывности в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Точки разрыва. Типы разрывов. Свойства непрерывных функций. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций. Производная, ее геометрический и механический смысл. Определение производной. Правила дифференцирования. Полный дифференциал функции многих переменных, достаточное условие дифференцируемости. Исследование функции методами дифференциального исчисления. Схема исследования функции. Признаки монотонности функции. Экстремумы функции. Выпуклость и точки перегиба. Интеграл Римана и его основные свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Определения интеграла с помощью интегральных сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Кратные интегралы. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина и Остроградского. Формула Стокса. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.(для бакалавров) —М.,Изд.Юрайт,2009, Т. 1 — С. 704, Т. 2 — С. 720, Т. 3 — С. 352.
2. Ильин В.А.,Позняк Э.Г. Основы математического анализа —М.: Физматлит, 2009. Т. 1 — С. 648, Т. 2 — С. 464.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — Т. 1 — С. 680, Т. 2 — С. 864, Т. 3 — С. 728.ЭБС «Лань».
4. Никольский С.М. - Курс математического анализа, т. 1,2. М., 1983г.
5. Зорич В.А., - Математический анализ. М., Наука, 2001г., 2ч.

### **ОУМ.2. Теория функции комплексного переменного.**

Дать определение производной функции комплексного переменного в точке. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости в точке области, т.е. получить условия Коши -Римана. Определение однозначной аналитической функции в области. Привести доказательство интегральной теоремы Коши. Пример. Сформулировать теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора и привести ее доказательство. Определение ряда Лорана. Радиус сходимости ряда Лорана. Комплексное представление бигармонической функции перемещения и тензора напряжений в двумерных задачах теории упругости.

## **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ.Мат.лит., 2010 г., 234 с.
2. Карасаев И. П. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ.Мат.лит., 2008г..
3. Аменадзе Ю.А. Теория упругости. Высшая школа 1971, с. 287.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного. М., Наука, 736с.
5. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости (5-е издание) М.: Наука, 1966, с.675

## **ОУМ.4. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Дать определение линейного однородного уравнения n-го порядка. Теорема о структуре общего решения обыкновенного дифференциального уравнения. Существование и единственность решения задачи Коши, зависимость решения от начальных данных и от параметров, Дать определение устойчивости (движения) решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.

## **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – СПб.: Лань, 2011. – 304 с.
2. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2008. – 288 с.
3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 332 с.
4. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. – М.: ВЛАДОС, 2011. – 376 с.
5. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 312 с.

## **ОУМ.5. Уравнения с частными производными (УЧП)**

Дать определение УЧП. Уметь классифицировать УЧП второго порядка. Привести примеры УЧП с постоянными и переменными коэффициентами. Дать постановку задачи Коши для уравнения колебания струны. Получить формулу Даламбера решения задачи Коши. Дать определение гармонической функции и привести примеры.. Перечислить основные свойства гармонической функции. Сформулировать основные начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Сформулировать задачу Дирихле для общего эллиптического уравнения.

Методом конечных разностей и конечных элементов решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике. Сформулировать вариационную постановку задач теории упругости. Алгоритм минимизации функционалов теории упругости. Метод конечных элементов, как вариант метод Релея-Ритца.

## **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. Изд-во Физ.Мат.лит., 2009..г.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М: Мир, 1979. С. 389
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1977,735с.
4. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М., 2001.

## **ОУМ.6. Численные методы.**

Прямые и итерационные методы решения линейных алгебраических уравнений (Метод Гаусса, метод простой итерации, метод Зейделя, условия сходимости итерационных методов). Понятие о погрешности аппроксимации, устойчивость и сходимость разностных схем. Явные и неявные разностные схемы для уравнения теплопроводности. Метод конечных элементов для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Самарский А.А. Введение в численные методы. М., Наука, 1987, 286с.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.Н. Численные методы., М.; Наука, 1987, 598с.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. М., Наука, 1975.
4. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Вычислительная теплопередача . М.: УРСС,2009.
5. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
6. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008, 480с.

## **ОУМ.7. Теория вероятностей и математическая статистика**

Поступающий в аспирантуру данной специальности должен знать основные методы теории вероятностей и ее приложения, в частности, вопросы математической статистики: классическое и геометрическое определение вероятности, формулу Бернулли, Байеса, интегральную формулу Лапласа, основные законы распределения случайных величин (в том числе нормальный закон Гаусса), оценка доверительного интервала с заданной надежностью, критерии достоверной различимости статистических данных, методы Монте-Карло.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика – М. , 2006, с. 477.
2. Захарова А.Е., Высочанская Ю.М. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе. -М.: Бином .Лаборатория знаний, 2011 г
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник Издательство: Юнити-Дана, 2012 г.
4. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие, Издательство: ФЛИНТА, 2011 г.
5. Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С., Лекции по теории вероятностей и математической статистике: Учебник, Издательство: Издательство МГУ, 20

## **ОУМ.8. Методы оптимизации.**

Общая постановка задачи оптимизации и основные положения. Линии уровня функции. Метод градиентного спуска и метод Ньютона. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Функция Лагранжа. Постановка задачи и основные определения. Условный экстремум при ограничениях типа равенств и типа неравенств. Условный экстремум при смешанных ограничениях. Метод локальных вариаций Ф.Л. Черноуско.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Федоров В.В., Сухарев А.Г., Тимохов А.В. Курс методов оптимизации: учебное пособие Изд-во Физ.Мат.лит., 2011г.
2. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1986, 285с. (56-61)
3. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.:

- Наука, 1978, 351с. (56-61).
4. Черноуско Ф.Л., Баничук И.К. Метод локальных вариаций. М.: Наука, 1998, с.189.

### **ОУМ.9. Информатика.**

Определение алгоритма, свойства результативности детерминированности, массовости, полноты, дискретности, методы разработки алгоритмов - пошаговая детализация нисходящий, восходящий, структурный, модульный; верификация основных базовых алгоритмических структур - линейной, условной и циклической. Интуитивная и формализованное определение алфавита, синтаксиса, семантики языка; прагматика, синтаксис, семантика языка.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Акулов О.А., Медведев Н.В. Информатика: базовый курс: учеб. для студентов ВУЗов. М.: Омега-Л, 2009.
2. Бекаревич Ю.Б., Пушкина Н.В. Самоучитель Microsoft Access 2009. – СПб.: БХВ – Петербург, 2009. – 720 с.
3. Конев Ф.Б., Болотова О.А. Информатика для инженеров: Учеб.пособие. – М.: Изд-во МГОУ, 2007.
4. Лесничая И.Г., Миссинг И.В. и др. Информатика и информационные технологии. Высшее экономическое образование. –М.: Эксмо, 2007.
5. Мандрыкин А.В. Информационные технологии в экономике: учеб пособие /А.В. Мандрыкин, А.В. Непышневский. Воронеж: ВГТУ, 2008, 235 с.
6. Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика: Учеб. пособие. – М.: Академия, 2007.

### **ОУМ.11. Основы теории упругости и метод конечных и граничных элементов .**

Основные допущения теории упругости. Уравнения Ляме. Постановка основных краевых в перемещениях. Двумерные задачи теории упругости. Вариационные функционалы теории упругости в двумерном и трехмерном случаях. Уравнения Эйлера- Лагранжа для функционала. Метод Релея- Ритца для минимизации функционала. Метод конечных элементов. Основные виды конечных элементов. Треугольный конечный элемент. Нумерация узлов сетки. Методы решения больших СЛАУ ленточного типа (прямые, итерационные). Метод граничных элементов в задачах теории упругости.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. Ошхунов М.М., Нагоев З.В. Математические модели деформируемых сред для интеллектуальных систем виртуального прототипирования. Нальчик, Изд. КБНЦ РАН, 1913 с.196.
2. Ландау Л.Ф., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М: Наука, 1995, с. 202.
3. Стрэнг Г., Фикс Д. теория метода конечных элементов. М: , Мир, 1977, с.349.
4. Тимошенко С.П., Гуднер Дж. Теория упругости. М:, Наука, 1975, с.574

### **ВОПРОСЫ**

1. Основные замечательные пределы.
2. Определение непрерывной функции в точке на языке эпсилон-дельта.
3. Определение равномерной непрерывной функции на сегменте.
4. Производная и ее геометрический смысл.
5. Экстремум функции.
6. Интеграл Римана.
7. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Формула Гаусса-Остроградского.
9. Ряд Фурье.
10. Ряд Тейлора.

11. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции комплексного переменного.
12. Комплексное представление бигармонической функции перемещения в двумерных задачах теории упругости.
13. Общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) второго порядка с постоянными коэффициентами.
14. Сведение ОДУ произвольного порядка к системе ДУ первого порядка.
15. Классификация УЧП.
16. Основные типы УЧП.
17. Начально-краевые задачи для УЧП.
18. Основные уравнения двумерной теории упругости и методы их минимизации.
19. Основные функционалы теории упругости и методы их минимизации.
20. Метод Релея-Ритца минимизации функционалов теории упругости.
21. Треугольный конечный элемент для двумерных задач теории упругости.
22. Тетраэдальный элемент для пространственных задач теории упругости.
23. Основные алгоритмы решения больших систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
24. Оценка числа операций при решении СЛАУ.
25. Методы Монте-Карло.
26. Нормальный закон Гаусса.
27. Теория доверительных интервалов.
28. Локальная и интегральная формулы Лапласа.
29. Формула Байеса.
30. Метод локальных вариаций для минимизации функционала.
31. Определение алгоритма и его свойства.
32. Основные языки программирования высокого уровня.
33. Уравнения теории упругости в перемещениях.
34. Постановка основных краевых задач теории упругости.
35. Вариационные функционалы теории упругости.
36. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
37. Метод конечных элементов как частный случай метода Ритца.
38. Система Ритца.
39. Основные этапы решения задач методом конечных элементов.
40. Алгоритм метода граничных элементов.

**Примечание:** Интернет-ресурсы не предусмотрены