МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»

ПРОГРАММА
вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика

Специальность
01.01.03 Математическая физика

Нальчик, 2017 г.

Программа построена таким образом, что студент освоивший вопросы, выносимые на экзамен, должен владеть основными методами построения математических моделей различных физических процессов и явлений естествознания, а также владеть основными методами исследования корректности возникающих при этом математических задач, методами построения дискретных аналогов дифференциальных задач и алгоритмов их решения.

Программа охватывает разделы из математического анализа, геометрии и высшей алгебры, теории функций комплексной переменной, элементы алгебры логики и теории графов, вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, численные методы решения краевых задач для основных типов дифференциальных уравнений в частных производных, теории вероятностей, новых информационных технологий.

ОУМ.1. Математический анализ

Предел функции. Замечательные пределы. Определение предела функции по Коши, по Гейне. Теоремы о пределах функций. Пять замечательных предела. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Определение непрерывности в точке, на множестве. Арифметические действия над непрерывными функциями. Точки разрыва. Типы разрывов. Свойства непрерывных функций. Основные свойства. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывным на сегменте функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Производная, ее геометрический и механический смысл. Определение производной. Правила дифференцирования. Полный дифференциал функции многих переменных, остаточное условие дифференцируемости. Определение частных дифференциалов. Теорема о равенстве частных дифференциалов. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемой на сегменте функции. Геометрический смысл теоремы Лагранжа. Исследование функции методами дифференциального исчисления. Схема исследования функции. Признаки монотонности функции. Экстремумы функции. Выпуклость и точки перегиба. Понятие неявной функции. Условия существования неявной функции одной действительной переменной. Достаточные условия непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Интеграл Римана и его основные свойства. Интеграл с переменным верхним пределам. Формула Нютона-Лейбница. Определения интеграла с помощью интегральных сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Условие существования. Кратные интегралы. Определение. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования . Формула Грина и Остроградского. Формула Стокса. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.

Литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.(для бакалавров) — М.,Изд.Юрайт,2009, Т. 1 — С. 704, Т. 2 — С. 720, Т. 3 — С. 352.
2. Ильин В.А.,Позняк Э.Г. Основы математического анализа –М.: Физматлит, 2009. Т. 1 — С. 648, Т. 2 — С. 464.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — Т. 1 — С. 680, Т. 2 — С. 864, Т. 3 — С. 728.ЭБС «Лань».
4. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. - Математический анализ, т. 1,2, М., 1988.
5. Никольский СМ. - Курс математического анализа, т. 1,2. М., 1983г.
6. Кудрявцев Л.Д. - Курс математического анализа, т. 1,2, М., 1981г.
7. Зорич В.А., - Математический анализ. М., Наука, 2001г., 2ч.

ОУМ.2. Теория функции комплексного переменного.

Дать определение производной функции комплексного переменного в точке. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости в точке области, т.е. получить условия Коши -Римана. Определение однозначной аналитической функции в области. Привести доказательство интегральной теоремы Коши. Пример. Сформулировать теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора и привести ее доказательство. Определение ряда Лорана. Радиус сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Доказательство теоремы Лорана.

Литература

1. Свешников А.Г ., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ.Мат.лит., 2010 г., 234 с.
2. Карасаев И. П. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ.Мат.лит., 2008г..
3. Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного. – М.: «Наука», 2010 г.
4. Привалов И.В. Введение в теории функции комплексного переменного. М-Л., Наука, 1986.
5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного. М., Наука, 736с.
6. Бицадзе А.Б. Основы теории аналитических функции комплексного переменного. М., Наука 1969.

ОУМ.4. Дискретная математика

Определить следующее понятия: логические функции, логические формулы, равносильность формул. Сформулировать общий принцип двойственности и принцип двойственности для булевых формул. Ввести понятие о показатели степени. Нормальные формы: ДНФ, КНФ, СДНФ и СКНФ. Привести алгоритмы построения нормальных форм. Ввести основные понятия и определения (конечный граф, подграф, ориентированный граф, изоморфные графы, смежность, псевдограф, простой граф, полный, плоский, связный граф, дерево и др.

Матричное представление графа: матрица смежности графа; матрица инциденций; матрица весов графа. Эйлеровы графы. Рассмотреть основные деревья и алгоритм построения минимального основного дерева.

Литература

1. Асанов М.О. Баранский В.А. Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. Издательство «Лань». 2010г.
2. Редькин Н.П. Дискретная математика: учебник. Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2010г.
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. М: Вузовская книга, 1998.
4. Нефедов В.Н., Осипов В.А. Курс дискретной математики. М.: Издательство МАИ, 1992,264с.
5. Невинов Ф.А. Дискретная математика для программистов. Санкт-Петербург. Питер, 2001.

ОУМ.5. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Дать определение линейного однородного уравнения n-го порядка. Теорема о структуре общего решения обыкновенного дифференциального уравнения. Существование и единственность решения задачи Коши, зависимость решения от начальных данных и от параметров, Дать определение устойчивости (движения) решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.

Литература

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – СПб.: Лань, 2011. – 304 с.
2. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2008. – 288 с.

3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 332 с.
4. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. – М.: ВЛАДОС, 2011. – 376 с.
5. Нахушева З.А., Нахушева Ф.Б., Керефов А.А. Дифференциальные уравнения первого порядка: Практикум. – Нальчик: Каб.-Балк. Ун-т, 2007. – 78 с.
6. Нахушева З.А., Нахушева Ф.Б., Керефов А.А. Дифференциальные уравнения высшего порядка: Лабораторные работы. – Нальчик: Каб.-Балк. Ун-т, 2007. – 64 с.
7. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 312 с.

ОУМ.6. Уравнения с частными производными (УЧП)

Дать определение УЧП. Уметь классифицировать УЧП второго порядка. Привести примеры УЧП с постоянными и переменными коэффициентами. Дать постановку задачи Коши для уравнения колебания струны. Теорема Коши-Ковалевской (без доказательства). Получить формулу Даламбера решения задачи Коши. Дать определение и гармонической функции и привести примеры.. Перечислить основные свойства гармонической функции. Доказать теорему о максимуме и минимуме гармонической функции. Сформулировать основные начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Доказать принцип экстремума для параболических уравнений. Сформулировать задачу Дирихле для общего эллиптического уравнения.

Методом Фурье решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике и дать его обоснование. Сформулировать задачу Дирихле для общего эллиптического уравнения. Методом Фурье решить задачу Дирихле в круге и дать его обоснование.

Литература

1. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. Изд-во Физ.Мат.лит., 2009..г.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1977,735с.
3. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М., 1976, 1982.
4. Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., 1997.
5. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М., 2001.

ОУМ.7. Численные методы.

Прямые и итерационные методы решения линейных алгебраических уравнений (Метод Гаусса, метод простой итерации, метод Зейделя, условия сходимости итерационных методов). Интегро-интерполяционный метод построения однородных разностных схем. Погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость разностных схем. Явные и неявные разностные схемы для уравнения теплопроводности. Разностные схемы для уравнения колебания струны. Принцип максимума для разностных схем. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

Литература

1. Самарский А.А. Введение в численные методы. М., Наука, 1987, 286с.
2. Бахвалов К.С, Жидков К.П., Кобельков Г.Н. Численные методы., М.; Наука, 1987, 598с.
3. Бахвалов К.С. Численные методы. М., Наука, 1975.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. М., 1975.
5. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: УРСС,2009.
6. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.

7. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008, 480с.
8. Ращиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач. Санкт-Петербург: Лань, 2005, 208с.
9. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. М.: Издание Московского университета, 2010, 168с.

ОУМ.8. Теория вероятностей и математическая статистика

Студент-выпускник должен знать основные методы теории вероятностей и ее приложения, в частности, вопросы математической статистики: классическое и геометрическое определение вероятности, формулу Бернулли, Байеса, интегральную формулу Лапласа, основные законы распределения случайных величин (в том числе нормальный закон Гаусса), оценка доверительного интервала заданной надежностью, критерии достоверной различимости статистических данных, методы Монте-Карло.

Литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика – М. , 2006.
2. Захарова А.Е., Высочанская Ю.М. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе. -М.: Бином .Лаборатория знаний, 2011 г
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник Издательство: Юнити-Дана, 2012 г.
4. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие, Издательство: ФЛИНТА, 2011 г.
5. Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С., Лекции по теории вероятностей и математической статистике: Учебник, Издательство: Издательство МГУ, 20

ОУМ.9. Методы оптимизации. Теория игр и исследование операций.

Определение выпуклых множеств и выпуклых функций. Свойства выпуклых множеств. Оптимальность выпуклой функции на выпуклом множестве. Теорема Куна-Такера. Постановка задачи линейного программирования. Примеры прикладных задач линейного программирования. Симплекс-метод (краткий алгоритм). Двойственные задачи и методы. Теоремы двойственности в линейном программировании. Геометрическая интерпретация теорем двойственности. Двойственный симплекс-метод. Условия экстремума функции. Общая постановка задачи оптимизации и основные положения. Линии уровня функции. Метод градиентного спуска и метод Ньютона. Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Функция Лагранжа. Постановка задачи и основные определения. Условный экстремум при ограничениях типа равенств и типа неравенств. Условный экстремум при смешанных ограничениях. Элементы теории игр. Классификация игр и стратегии. Оптимальная стратегия.

Литература

1. Федоров В.В., Сухарев А.Г., Тимохов А.В. Курс методов оптимизации: учебное пособие Изд-во Физ.Мат.лит., 2011г.
2. Майер Б., Бодуев К. Методы программирования. 2т. М., 1982 стр. 39-43
3. Ашманов С.А. Линейное программирование. М.: Наука 1981, 304 с. (56-57)
4. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1986, 285с. (56-61)
5. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978, 351с. (56-61).
6. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983,392с. (56-61)

7. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследований операции. М.: Наука, 1971, 383с. (59-61).

ОУМ.10. Информатика.

Интуитивное и формализованное определение алгоритма (например, на основе нормальных алгоритмов Маркова); свойства результативности

детерминированности, массовости, полноты, дискретности, формализованное™ и др.; показать на примерах к чему может привести нарушение того или иного свойства; методы разработки алгоритмов - пошаговая детализация нисходящий, восходящий, структурный, модульный; верификация основных базовых алгоритмических структур - линейной, условной и циклической; теорема о структурировании алгоритма (Бема-Якопини) без доказательства.

Интуитивная и формализованное определение алфавита, синтаксиса, семантики языка; прагматика, синтаксис, семантика языка; естественные и формальные языки; определение формальной терминальных и нетерминальных символов, продукции и формальной грамматики; 4 основных типа формальных грамматики -G-0, G-l, G-2, G-3; примеры грамматик; связь грамматик и автоматов; алгоритмический язык и его особенности.

Литература

1. Акулов О.А., Медведев Н.В. Информатика: базовый курс: учеб. для студентов ВУЗов. М.: Омега-Л, 2009.
2. Бекаревич Ю.Б., Пушкина Н.В. Самоучитель Microsoft Access 2009. – СПб.: БХВ – Петербург, 2009. – 720 с.
3. Конев Ф.Б. История развития компьютерной техники и информационных технологий: Учеб.пособие. – М.: МГОУ, 2010.
4. Конев Ф.Б., Болотова О.А. Информатика для инженеров: Учеб.пособие. – М.: Изд-во МГОУ, 2007.
5. Лесничая И.Г., Миссинг И.В. и др. Информатика и информационные технологии. Высшее экономическое образование. –М.: Эксмо, 2007.
6. Мандрыкин А.В. Информационные технологии в экономике: учеб пособие /А.В. Мандрыкин, А.В. Непышневский. Воронеж: ВГТУ, 2008, 235 с.
7. Могилев А.В., Пак Н.И., Хеннер Е.К. Информатика: Учеб. пособие. – М.: Академия, 2007.
8. Олифер В., Олифер Н. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы (серия: Учебник для вузов). – СПб.: Питер, 2010.
9. Олифер В., Олифер Н. Основы компьютерных сетей (серия: Учебное пособие). – СПб.: Питер, 2009.
10. С.В. Симонович, Г.А. Евсеев, Практическая информатика, Учебное пособие, М., 2007г

ВОПРОСЫ

1. Продольно-поперечная схема для решения двумерных задач математической физики. Устойчивость. Сходимость и точность.
2. Популяционная модель с возрастной структурой
3. Экономичные факторизованные схемы. Двухслойные и трехслойные факторизованные схемы.
4. Классические ортогональные полиномы. Основные свойства ортогональных полиномов. Полиномы Якоби, Ляггера, Эрмита.
5. Метод суммарной аппроксимации. Локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности в многомерной области. Устойчивость. Равномерная сходимость.
6. Обобщенные производные. Простейшие свойства.
7. Многокомпонентные векторно-аддитивные схемы расщепления (сущность многокомпонентного векторного расщепления, устойчивость по начальным данным и правой части).

8. Понятие потенциала. Потенциал объемных масс.
9. Вариационно-разностная схема для одномерного уравнения диффузии. Сходимость.
10. Операторы в гильбертовом пространстве. Симметричные, положительные и положительно-определенные операторы.
11. Вариационно-разностная схема задачи Дирихле для эллиптического уравнения. Сходимость.
12. Теорема о минимуме квадратичного функционала.
13. Решение параболического уравнения проекционно-сеточным методом. Сходимость.
14. Существование минимума функционала в пространстве H_A. Обобщенные решения.
15. Проекционно-сеточный метод решения гиперболического уравнения второго порядка. Устойчивость. Сходимость.
16. Метод Ритца. Сходимость.
17. Классические ортогональные полиномы. Основные свойства ортогональных полиномов. Полиномы Якоби, Ляггера, Эрмита.
18. Метод Галёркина.
19. Свойства нулей ортогональных полиномов.
20. Популяционная модель Мальтуса. Анализ стационарных состояний.
21. Дифференциальное уравнение гипергеометрического типа, частное решение. Обобщенное уравнение гипергеометрического типа.
22. Популяционная модель Ферхюльста- Вольтерра-Пирла. Анализ стационарных состояний.
23. Дифференциальное уравнение Бесселя. Функции Бесселя. Свойства функций Бесселя.
24. Популяционная модель с возрастной структурой
25. Теорема Ф. Реллиха.
26. Условная корректность или корректность по Тихонову задачи Ay=f.
27. Элементы теории следов из пространства $W_2^{(k)}(G)$.
28. Метод α - регуляризации Тихонова.
29. Неравенства Фридрихса и Пуанкаре.
30. Применение метода α - регуляризации Тихонова к решению задачи Коши для линейных однородных дифференциальных уравнений (ЛОДУ) второго порядка конечно-разностным методом.
31. Обобщенные производные. Простейшие свойства.
32. Корректные и некорректные задачи. Корректность задачи по Адамару.
33. Эллиптические дифференциальные операторы порядка 2k. Слабое решение эллиптических уравнений.
34. Понятие потенциала. Потенциал объемных масс.
35. Устойчивые и неустойчивые граничные условия.
36. Логарифмический потенциал простого слоя. Непрерывность. Свойства. Предельные значения, поведение производной по нормали при переходе через контур интегрирования.
37. Вариационно-разностная схема для одномерного уравнения диффузии. Сходимость.
38. Классические ортогональные полиномы. Основные свойства классических ортогональных полиномов. Классические ортогональные полиномы: Якоби, Ляггера, Эрмита.
39. Вариационно-разностная схема задачи Дирихле для эллиптического уравнения. Сходимость.
40. Ортогональные полиномы. Свойства ортогональных полиномов. Теорема о связи $P_{n-1}(x)$, $P_n(x)$, $P_{n+1}(x)$. Свойства нулей ортогональных полиномов.
41. Решение параболического уравнения проекционно-сеточным методом. Сходимость.
42. Корректные и некорректные задачи. Корректность задачи по Адамару.
43. Продольно-поперечная схема для решения двумерных задач математической физики. Устойчивость. Сходимость и точность.

44. Классические ортогональные полиномы. Основные свойства ортогональных полиномов. Полиномы Якоби, Ляггера, Эрмита.
45. Экономичные факторизованные схемы. Двухслойные и трехслойные факторизованные схемы.
46. Элементы теории следов из пространства $W_2^{(k)}(G)$.
47. Метод суммарной аппроксимации. Локально-одномерная схема для уравнения теплопроводности в многомерной области. Устойчивость. Равномерная сходимость.
48. Метод α - регуляризации Тихонова.
49. Многокомпонентные векторно-аддитивные схемы расщепления (сущность многокомпонентного векторного расщепления, устойчивость по начальным данным и правой части).
50. Дифференциальное уравнение гипергеометрического типа, частное решение. Обобщенное уравнение гипергеометрического типа.
51. Вариационно-разностная схема для одномерного уравнения диффузии. Сходимость.
52. Метод Ритца. Сходимость.

Примечание: Интернет-ресурсы не предусмотрены