

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель образовательной  
программы \_\_\_\_\_ А.Х. Журтов

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023г.

**УТВЕРЖДАЮ**

**Директор института**  
\_\_\_\_\_ **Б.И. Кунижев**  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023г.



**ПРОГРАММА**

**вступительных испытаний по научной специальности  
для поступающих на программу подготовки научных и научно-педагогических  
кадров в аспирантуру**

**ОБЛАСТЬ НАУКИ**

**1. Естественные науки**

**ГРУППА НАУЧНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

**1.1. Математика и механика**

**НАУЧНАЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ**

**1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел  
и дискретная математика**

Очная форма обучения

Нальчик, 2023 г.

Программа вступительных испытаний для поступающих в аспирантуру по направлению подготовки 1.1 – Математика и механика; Направленность 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика/ сост. проф. А.Х. Журтов – Нальчик: КБГУ, 2023г.

Программа разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки научно-педагогических кадров 1.1 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «30» июля 2014г. № 866.(ред. от 30.04.2015 г.)

Составитель \_\_\_\_\_ / А.Х. Журтов/

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	4
<b>1. Направление подготовки 1.1 – Математика и механика</b>	5
Вопросы вступительного экзамена в аспирантуру по направленности подготовки 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика	
<b>2. Учебно-методическое и информационное обеспечение</b>	7
2.1. Основная литература	7
2.2. Дополнительная литература	8
2.3. Периодические издания	9
2.4. Интернет – ресурсы.	9
<b>3. Требования к содержанию и оформлению рефератов к вступительному экзамену в аспирантуру по направлению 1.1 «Математика и механика», направленность 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика</b>	10
<b>4. Форма, порядок подготовки и проведения вступительного экзамена</b>	12
4.1. Порядок подготовки и проведения вступительного экзамена	12
4.2. Основные требования к ответам абитуриента	13
4.3. Критерии оценивания знаний	14

## ВВЕДЕНИЕ

Программа адресована соискателям, ведущим исследования в рамках направления подготовки 1.1 «Математика и механика», направленности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, и раскрывает содержание формирующих ее научных дисциплин.

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по направлению подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 1.1 «Математика и механика», направленности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, включает вопросы из основных дисциплин профессиональной подготовки студентов математических направлений и специальностей, регламентированных Государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования.

В основу программы вступительного экзамена положены следующие дисциплины: Алгебра, математическая логика и теория алгоритмов, теория чисел, дискретная математика и др.

Овладение предлагаемым теоретическим материалом закладывает методологию поиска в выбранной области и создает условия для целенаправленной подготовки и успешной сдачи вступительного экзамена.

Основные разделы программы структурированы таким образом, чтобы помочь соискателю освоить необходимый материал. Сдача вступительного экзамена позволяет соискателю принять участие в конкурсе для поступления в аспирантуру.

Программа составлена в соответствии с паспортом научных специальностей Высшей аттестационной комиссии России.

## 1. Направление подготовки 1.1 «Математика и механика».

### Вопросы вступительного экзамена в аспирантуру по направленности подготовки

#### 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

1. Регулярное квадратичное пространство.
2. Эквивалентность квадратичных форм. Теорема.
3. Конечные и бесконечные группы. Нильпотентность и разрешимость группы. Теорема Лагранжа.
4. Алгебра Ли. Определение, свойства. Разрешимые и нильпотентные алгебры Ли.
5. Полупростые алгебры Ли. Классификация простых алгебр Ли.
6. Группы лиева типа. Простые группы Шевалле. Конечные группы лиева типа.
7. Матричное представление графов.
8. Группа автоморфизмов полного графа.
9. Теоремы Силова. Конечные  $p$ -группы. Свойства.
10. Конечные простые группы. Распознавание конечных простых групп по спектру.
11. Кольца и поля; делители нуля.
12. Конечные кольца и поля. Расширение поля. Примеры. Свойства.
13. Конечные и периодические группы. Квадратичные автоморфизмы.
14. Понятие тензора. Алгебраические операции над тензорами.
15. Тензорное произведение линейных пространств. Свойства.
16. Общие сведения о кольцах. Кольца главных идеалов. Гомоморфизм колец.
17. Конечные расширения конечных полей.
18. Группы, циклические подгруппы. Примеры.
19. Рекурсивные функции. Частично рекурсивные функции. Тезис Чёрча.
20. Критерий Виландта нильпотентности конечной группы.
21. Обобщенные силовские теоремы для разрешимых групп.
22. Линейные представления групп. Теоремы о разложении линейного представления в прямую сумму неприводимых представлений.

23. Лемма Шура и теорема Машке. Следствия из леммы Шура.
24. Группы параметрических матриц. Свойства.
25. Нильпотентные группы. Общие свойства нильпотентных групп.
26. Конечные разрешимые группы. Теорема Холла.
27. Группы подстановок. Симметрическая и знакопеременная группа. Подстановочные представления групп.
28. Группа Шмидта. Конечные группы с независимыми подгруппами.
29. Проблема Бернсайда для  $n=2$  и  $n=3$ .
30. Ориентированные графы и мультиграфы. Плоские и планарные графы.
31. Графы. Регулярные и сильно регулярные графы. Сильно регулярные графы без треугольников.
32. Линейные представления, подпредставления. Примеры. Теорема о подпредставлении.
33. Сверхразрешимые группы. Теорема (связь между нильпотентными и сверхразрешимыми группами).
34. Деревья. Теоремы о числе ребер дерева и о висячих вершинах дерева.
35. Маршруты, цепи, циклы. Связность. Компоненты связности.
36. Изотропные пространства. Универсальность изотропных пространств.
37. Группы Шмидта. Свойства.
38. Конечные группы с независимыми подгруппами Шмидта.
39. Делимость в кольце целых кватернионов.
40. Делимость в кольце целых матриц второго порядка.
41. Повороты целых вектор-матриц второго порядка.
42. Классы бинарных квадратичных форм; их конечность.
43. Приведенные положительные квадратичные формы.
44. Силовские подгруппы. Примеры силовских подгрупп.
45. Простые группы. Критерий простоты групп.
46. О распознавании простых групп по порядку. Примеры.

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 2.1. Основная литература

1. Кострикин А.И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. 4-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 18-е изд. С.-П.: Лань, 2011г.
3. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. 5-е изд. С.-П.: Лань, 2012г. ЭБС «Лань»
4. Воеводин В.В. Линейная алгебра 5-е изд. С.-П.: Лань, 2012г. ЭБС «Лань»
5. Сикорская Г.А. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сикорская Г.А.— Электрон. текстовые данные.— Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 304 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html>. — ЭБС «IPRbooks»
6. Веселова Л.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Веселова Л.В., Тихонов О.Е.— Электрон. текстовые данные.— Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014.— 107 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/61956.html>. — ЭБС «IPRbooks»
7. Бухштаб, А.А. Теория чисел: учебное пособие / А.А. Бухштаб. — 4-е изд., стер. - Санкт Петербург: Лань, 2015. - 384 с. - ISBN 978-5-8114-0847-4.
8. Унучек С.А. Математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Унучек С.А.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018.— 239 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69312.html>. — ЭБС «IPRbooks»
9. Макоха А.Н. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В.— Электрон. текстовые данные.— Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2017.— 418 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69397.html>. — ЭБС «IPRbooks»

10. Бесценный И.П. Математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Бесценный И.П., Бесценная Е.В.— Электрон. текстовые данные.— Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016.— 76 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59613.html>. — ЭБС «IPRbooks»

## 2.2. Дополнительная литература

1. Веретенников Б.М. Алгебра и теория чисел. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Веретенников Б.М., Михалева М.М.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 52 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66141.html>. — ЭБС «IPRbooks»
2. Лыткина, Д. В. Введение в аналитическую теорию чисел. Часть 1. Пределы в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д. В. Лыткина. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016. — 97 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55470.html>
3. Марис, Евгенийевич Методы аналитической теории чисел [Электронный ресурс] / Чанга Евгенийевич Марис. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2013. — 228 с. — 978-5-93972-951-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28898.html>
4. Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. — Москва: МЦНМО, 2009. — 552 с. — ISBN 978-5-94057-511-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/9368>
5. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие / С.В. Сизый. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 192 с. — ISBN 978-5-9221-0741-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2319>

6. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1985. – 560 с.
7. Перемитина Т.О. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Перемитина Т.О.— Электрон. текстовые данные.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016.— 132 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72121.html>. — ЭБС «IPRbooks».
8. Зарипова Э.Р. Лекции по дискретной математике. Математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Зарипова Э.Р., Кокотчикова М.Г., Севастьянов Л.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский университет дружбы народов, 2014.— 120 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22190.html>. — ЭБС «IPRbooks».
9. Ткаченко С.В. Математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ткаченко С.В., Сысоев А.С.— Электрон. текстовые данные.— Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013.— 99 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55105.html>.
10. Справочно-информационная система «Консультант Плюс». <http://www.consultant.ru/>

### 2.3. Периодические издания

11. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
12. Известия РАН. Серия математическая
13. Успехи математических наук

### 2.4. Интернет – ресурсы

При изучении дисциплины «Математическая логика» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– *общие информационные, справочные и поисковые:*

14. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.

15. Справочная правовая система «КонсультантПлюс».  
URL: <http://www.consultant.ru>
16. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>
17. Электронно-библиотечная система «Консультант студента»  
<http://www.studentlibrary.ru/>

### **3. ФОРМА, ПОРЯДОК ПОДГОТОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА**

#### **3.1. Порядок подготовки и проведения вступительного экзамена**

Поступающие в аспирантуру должны быть подготовлены к экзамену на основе предложенной программы и составленных экзаменационных билетов, а также должны продемонстрировать владение основными понятиями, концепциями и категориями в области математики.

Для подготовки ответа абитуриенты используют экзаменационные листы, которые хранятся после приема экзаменов в личном деле аспиранта.

Уровень знаний абитуриента оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

После завершения ответа члены экзаменационной комиссии, с разрешения ее председателя, могут задавать абитуриенту дополнительные вопросы, не выходящие за пределы программы вступительного экзамена. На ответ аспиранта по билету и вопросы членов комиссии отводится не более 30 минут.

По завершении вступительного экзамена экзаменационная комиссия на закрытом заседании обсуждает характер ответов каждого поступающего и выставляет каждому испытуемому согласованную итоговую оценку.

Итоговая оценка по экзамену сообщается абитуриенту в день сдачи экзамена и выставляется в протокол. В протоколе экзамена фиксируются номер и вопросы (задания) экзаменационного билета, по которым проводился экзамен.

Ответ на вопрос билета должен соответствовать основным положениям раздела программы вступительного экзамена, предусматривать изложение определений основных понятий.

Порядок и последовательность изложения материала определяется самим абитуриентом. Поступающий имеет право расширить объем содержания ответа на вопрос на основании дополнительной литературы при обязательной ссылке на авторство излагаемой теории. Теоретические положения должны подтверждаться примерами из практической деятельности.

### **3.2. Основные требования к ответам абитуриента**

– знает фундаментальные основы алгебры, математической логики, теории чисел и теории графов, а также смежных дисциплин в рамках выбранной специальности;

– умеет анализировать методологические проблемы и тенденции современной науки, определять перспективные направления научных исследований, обосновывать их научными фактами;

– умеет использовать современные методы исследования и информационно-коммуникационные технологии;

– умеет адаптировать современные достижения науки и наукоемких технологий к образовательному процессу;

– умеет формировать и аргументировано отстаивать собственную позицию по различным проблемам указанных направлений;

– использовать положения и категории математической науки для оценивания и анализа различных социальных тенденций, фактов и явлений.

### 3.3. Критерии оценивания знаний

Критерии оценивания ответа на вступительном экзамене

Ответ оценивается на *«отлично»*, если поступающий:

- дает обстоятельный, безошибочный ответ на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии. Сформированные систематические представления о современном состоянии науки.

Ответ оценивается на *«хорошо»*, если поступающий:

- дает правильные и достаточно полные ответы на вопросы экзаменационного билета, не содержащие грубых ошибок и упущений; возникают затруднения при ответе на дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии.

Ответ оценивается на *«удовлетворительно»*, если поступающий:

- дает недостаточно полные ответы на вопросы, содержащиеся в экзаменационном билете; возникают серьезные затруднения при ответе на дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии. Сформированы неполные представления о современном состоянии науки.

Ответ оценивается на *«неудовлетворительно»*, если поступающий:

- не способен дать удовлетворительный ответ на теоретические вопросы; демонстрирует неспособность к решению задач, связанных с его будущими профессиональными обязанностями. Имеет фрагментарные представления о современном состоянии науки.