

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАБАРДИНО-БАЛКАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. Х.М. БЕРБЕКОВА»

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**



**«УТВЕРЖДАЮ»**

И.о. первого проректора – проректора  
по учебной работе \_\_\_\_\_ В.Н. Лесев

**ПРОГРАММА**

вступительных испытаний в магистратуру по направлению  
01.04.01 «Математика»

Магистерская программа – Алгебра, математическая логика,  
теория чисел

Директор института физики и математики

\_\_\_\_\_  Б.И. Кунижев

И.о. заведующего кафедрой АиДУ

\_\_\_\_\_  В.Н. Лесев

Руководитель магистерской программы

\_\_\_\_\_  А.Х. Журтов

Нальчик, 2021г.

## Содержание

<u>1. Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.01– «Математика » магистерской программы «Алгебра, математическая логика, теория чисел», необходимому для освоения программы магистров</u> .....	3
<u>2. Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний.</u>	5
<u>3. Структура вступительного экзамена по направлению. Литература</u> .....	6
<u>4. Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний</u> .....	19

**1. Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.01 – «Математика» магистерской программы «Алгебра, математическая логика, теория чисел», требования к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров**

При составлении программы вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.01 – «Математика» магистерской программы «Алгебра, математическая логика, теория чисел» учитывались требования ГОС ВПО к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров.

«Бакалавр математики» должен быть сформировавшимся специалистом, иметь навыки к научно-исследовательской работе, уметь использовать разнообразные научные и методические приемы, владеть методами и средствами исследования, а также иметь уровень подготовки, соответствующий требованиям ГОС и необходимый для освоения программы магистров.

Бакалавр должен знать основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения научных, научно-методических, организационно-управленческих задач; знать основные направления, новейшие результаты и перспективы развития математической науки.

Бакалавр должен свободно владеть необходимым запасом математических терминов и владеть полным набором математических понятий.

Бакалавр должен уметь:

- для заданной задачи осуществить ее постановку на языке математики;
- владеть математическими методами и приемами для успешного решения этой задачи;
- анализировать собственную деятельность с целью ее совершенствования;
- повышать профессиональную квалификацию;

- быть готовым для научно-исследовательских работ.

Целью вступительных испытаний в магистратуру является определение уровня качества подготовки бакалавров, пригодность и соответствие знаний и умений требованиям ГОС, необходимым для обучения в магистратуре. Для объективного установления этого в программу вступительных испытаний в магистратуру включаются вопросы по всем дисциплинам федерального компонента ГОС учебного плана подготовки и отдельная программа бакалавров по направлению 01.03.01 – «Математика».

Вступительные испытания в магистратуру должны позволить оценить:

- уровень овладения основными понятиями всех математических дисциплин, входящих в программу подготовки бакалавра прикладной метаматематики и информатики;
- уровень готовности бакалавра к научно-исследовательской работе;
- уровень овладения основными методами исследовательской работы;
- знание объективных тенденций развития математической науки.

По итогам вступительных испытаний в магистратуру, с учетом выявленных знаний и умений по вопросам, включенным в билет (состоящий из трех вопросов), приемная комиссия выставляет единую оценку на основе коллективного обсуждения.

## **2. Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний**

Ответ на вступительных испытаниях в магистратуру оценивается на закрытом заседании приемной комиссии простым большинством голосов членов комиссии.

Результаты вступительных испытаний в магистратуру определяются оценками «пять», «четыре», «три», «два».

Оценка «пять» ставится за ответ, в котором раскрываются все вопросы, включенные в программу, логически правильно построен ответ, все теоремы с полными доказательствами, все понятия изложены с различных методических подходов. Испытуемый свободно отвечает на дополнительные вопросы по дисциплине.

Оценка «четыре» ставится за ответ, в котором изложены все понятия включенные в программу, логически правильно построен ответ, приводятся формулировки теорем и выводы формул, входящих в билетный вопрос, но в доказательствах и выводах есть небольшие ошибки. Испытуемый не отвечает на треть дополнительных вопросов.

Оценка «три» ставится за ответ, в котором излагаются все понятия по программе, приводятся формулировки теорем без доказательств, формулы без вывода. Испытуемый отвечает менее половины дополнительных вопросов по курсу.

Оценка «два» ставится за ответ, в котором излагаются входящие в программу понятия с ошибками, нет доказательств теорем. Формулировки теорем с ошибками, формулы с недочетами. Испытуемый не дает правильных ответов на дополнительные вопросы по курсу.

Вступительное испытание проводится в письменной форме. Комиссия также может устными вопросами уточнять ответы испытуемого для выставления объективной оценки.

Основными методическими рекомендациями к проведению вступительных испытаний являются:

- определение соответствия бакалавра требованиям ГОС ВО и уровень его подготовки;

- принятие решения о зачислении в магистратуру по магистерской программе «Алгебра, математическая логика, теория чисел» по результатам вступительных испытаний.

### **3. Структура вступительного экзамена по направлению. Литература**

#### **ОУМ 1. Математический анализ.**

1.1. Предел функции. Замечательные пределы. Определение предела функции по Коши, по Гейне.

1.2. Теоремы о пределах функций, замечательные пределы.

1.3. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Определение непрерывности в точке, на множестве. Арифметические действия над непрерывными функциями.

1.4. Точки разрыва. Типы разрывов. Свойства непрерывных функций.

1.5. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций.

1.6. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

1.7. Определение производной, ее геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Полный дифференциал функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости.

1.8. Определение частных дифференциалов. Теорема о равенстве частных производных. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемых на сегменте функций. Геометрический смысл теоремы Лагранжа.

1.9. Исследование функции методами дифференциального исчисления: признаки монотонности функции, экстремумы функций, выпуклость и точки перегиба, асимптоты, понятие неявной функции, условия существования неявной функции одной действительной переменной, достаточные условия непрерывности и дифференцируемости неявной функции.

1.10. Определение интеграла с помощью интегральных сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Условие существования. Интеграл Римана и его основные свойства. Интеграл по переменному верхнему пределу.

1.11. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы.

1.12. Признаки сходимости. Интегралы с бесконечными пределами (первого рода) и интегралы от неограниченных функций. Интегралы в смысле главного значения. Признаки сравнения.

1.13. Кратные интегралы. Определение. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.

1.14. Поверхностные интегралы. Определение. Связь между поверхностными интегралами первого и второго типа. Формула Стокса.

1.15. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.

1.16. Ортогональные системы функции. Сходимость ряда Фурье. Понятие об интеграле Фурье.

#### Литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. т. 1, 2, 3, 1969 г.
1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. – Математический анализ, т. 1, 2. М., 1988.
2. Зорич В.А. – Математический анализ, т.1, т.2, 2001.
3. Никольский С.М. – Курс математического анализа, т. 1,2. М., 1983.
4. Кудрявцев Л.Д. – Курс математического анализа, т. 1,2. М., 1981.

## **ОУМ 2. Алгебра и теория чисел.**

### 2.1. НОД, НОК. Алгоритм Евклида.

- Ввести понятие канонического разложения числа. Доказать существование и единственность канонической записи. Нахождение НОД и НОК с использованием канонического расположения. Алгоритм Евклида. Вывод. Связь НОД и НОК двух чисел.

2.2. Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Теорема Лагранжа о конечных группах. Циклические группы.

- Ввести определения полугруппы, группы. Смежные классы, разложения группы по подгруппе. Порядок группы, индекс подгруппы. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп.

### 2.3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- Метод Гаусса, исследование систем линейных уравнений и решение. Метод Крамера. Системы линейных уравнений крамеровского типа. Вывод формул Крамера матричным способом.

### 2.4. Критерий совместности систем линейных уравнений.

- Теорема Кронекера-Капелли с доказательством.

2.5. Линейные преобразования векторных пространств. Собственные значения и собственные векторы.

- Определение линейного преобразования. Изменение координат вектора при линейном преобразовании. Собственные значения и соответствующие им собственные векторы. Свойства собственных векторов.

2.6. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.

- Дать определение положительной определенности. Свойства. Критерий Сильвестра положительной определенности с доказательством.

2.7. Матрицы. Операции над матрицами. Матричный способ решения систем линейных уравнений.



- Определение операции над матрицами. Обратная матрица, условие существования. Кольцо квадратных матриц. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

2.8. Линейные пространства. Базис и размерность. Координаты вектора. Связь координат вектора в различных базисах.

- Определение линейного пространства. Определение базиса. Существование базиса, процесс ортогонализации. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к другому базису.

2.9. Алгебраические структуры с двумя алгебраическими операциями. Делители нуля. Характеристика поля.

- Определение кольца и поля. Примеры: делители нуля в кольце. Свойства. Характеристика поля, свойства. Примеры числовых полей. Поле комплексных чисел.

2.10. Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Корень  $n$ -ой степени из единицы. Свойства.

- Ввести понятие пары. Алгебраическая форма комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел в алгебраической форме. Тригонометрическая форма. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Извлечения корня  $n$ -ой степени.

2.11. Многочлены. Операции над многочленами. Делимость многочленов с остатком. Корни многочленов. Схема Горнера. НОД и НОК. Теорема Виета.

- Операции над многочленами. Корни многочленов. Делимость на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни. Взаимно простые многочлены. Теорема Виета. Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства).

2.12. НОД. Алгоритм Евклида.

- Понятие НОД нескольких чисел. Взаимно простые и попарно взаимно простые числа. Алгоритм Евклида и его следствия.

2.13. Непрерывные дроби.

- Понятие непрерывной дроби. Конечные и бесконечные непрерывные дроби. Подходящие дроби и закон их составления. Свойства подходящих дробей.

#### 2.14. Сравнения и классы вычетов.

- Определение сравнения. Свойства сравнений относящихся к сложению и умножению. Полная система вычетов. Класс вычетов по модулю. Свойства классов вычетов по модулю  $m$ .

#### 2.15. Теорема Эйлера и теорема о сравнениях.

Приведенная система вычетов по модулю  $m$  и ее свойство. Теорема Эйлера о сравнениях. Малая теорема Ферма.

2.16. Сравнения первой степени с одним неизвестным; способы их решения. Понятие сравнения с одним неизвестным. Определение решения сравнения. Теорема о сравнениях первой степени с одним неизвестным. Способ Эйлера и способ непрерывных дробей решения сравнений 1-ой степени.

#### Литература

1. Мальцев А.И. – Основы линейной алгебры. М., Наука, 1974.
2. Ильин В.А., Позняк Э. – Линейная алгебра. М., Наука, 1974.
3. Курош А. – Курс высшей алгебры. М., Наука, 1975.
4. Фадеев Д.К. – Лекции по алгебре. М., Наука, 1984
5. Гельфанд М.И. – Лекции по линейной алгебре. М., Наука, 1977.
6. Мусхелишвили И.И. – Аналитическая геометрия. М. Высшая школа., 1967.
7. Погорелов А.В. – Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1974.
8. Виноградов И.М., - Основы теории чисел. М., Наука, 1968.
9. Кострыкин А.И. – Введение в алгебру. М., Наука, 1977.

#### **ОУМ 3. Дифференциальные уравнения.**

3.1. Формулировка теоремы существования решения задачи Коши. Функции, удовлетворяющие условию Липшица. Доказательство существования решения задачи Коши (метод последовательных приближений). Доказательство единственности решения.

3.2. Линейная зависимость (независимость) системы функций. Фундаментальная система функций. Условия линейной зависимости (независимости) фундаментальной системы. Структура общего решения уравнения. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по структуре правой части.

3.3. Метод Эйлера нахождения общего решения однородного уравнения. Линейная зависимость (независимость) частных решений. Вариация произвольных постоянных. Получение системы уравнений для определения коэффициентов.

3.4. Понятие устойчивости по Ляпунову. Понятие асимптотической устойчивости. Критерий устойчивости по первому приближению. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.

#### Литература

1. Степанов А.В. – Курс дифференциальных уравнений. М., физмат т.3, 1959.
2. Понтрягин Л.С. – Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1982.
3. Матвеев Н.М. - Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Высшая школа, 1963.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., Наука, 1980.

#### **ОУМ 4. Функциональный анализ.**

- 4.1. Определение метрического пространства. Примеры.
- 4.2. Определение полного метрического пространства. Примеры.
- 4.3. Определение сжимающего отображения.
- 4.4. Теорема о принципе сжимающих отображений и ее доказательство.
- 4.5. Определение линейного нормированного пространства и пространства Банаха. Примеры.

4.6. Определение компактного множества в нормированных пространствах. Примеры.

4.7. Дать понятие равномерной ограниченности и равностепенной непрерывности функций множества.

4.8. Привести доказательство теоремы Арцела.

4.9. Определение резольвенты и привести ее свойства.

4.10. Теоремы Фредгольма и их доказательства.

### Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. – Элементы теории функции и функционального анализа. М., 1981.
2. Васильева А.З., Тихонов Н.А. – Интегральные уравнения. МГУ., 1989.
3. Люстерник А.А., Соболев Б.Ч. – Краткий курс функционального анализа. М., Наука, 1982.
4. Рисс С.Ф. Б. Секефальви-Над. Лекции по функциональному анализу. М., Наука, 1972.
5. Сабитов К.Б. – Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения. М., Высшая школа, 2005.

### **ОУМ 5. Теория функции комплексного переменного.**

5.1. Определение производной функции комплексного переменного в точке.

5.2. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости в точке области, т.е. получить условия Коши-Римана.

5.3. Определение однозначной аналитической функции в области. Привести доказательство интегральной теоремы Коши. Пример.

5.4. Сформулировать теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора и привести ее доказательство.

5.5. Определение ряда Лорана. Радиус сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана с доказательством. Пример.

5.6. Классификация особых точек аналитической функции.

5.7. Определение вычета функции комплексного переменного относительно особой изолированной точки.

5.8. Основная теорема о вычетах и ее доказательство. Показать на примере применение теоремы о вычетах для вычисления интегралов.

#### Литература

1. Бицадзе А.В. – Основы теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1984
2. Привалов И.В. Введение в теорию функции комплексного переменного. М., Наука, 1984.
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М., Наука, т.1,2, 1968.
4. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1989.

### **ОУМ 6. Дифференциальная и аналитическая геометрия, топология.**

#### **Дискретная математика и математическая логика.**

##### 6.1. Кривые. Формулы Френе.

- Кривые. Репер Френе. Кривизна и кручение кривых. Формулы Френе.

##### 6.2. Первая и вторая квадратичные формы поверхности.

- Определения первой и второй квадратичных форм. Коэффициенты этих форм. Применения первой квадратичной формы для нахождения длины дуги кривой на поверхности, площади области на поверхности, угла между кривыми на поверхности.

##### 6.3. Гладкие многообразия.

- Определение гладкого многообразия. Отображение многообразий. Многообразия с краем.

6.4. Векторы. Линейные операторы над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Свойства.

- Сложение векторов, умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы. Координаты вектора относительно данного базиса. Выражение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов через координаты этих векторов.

##### 6.5. Прямая линия на плоскости. Взаимное расположение прямых.

- Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две точки, общее уравнение прямой, уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Приведение общего уравнения к нормальному виду, расстояние от точки до прямой.

6.6. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.

- Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости.

6.7. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве.

- Прямая, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. Расстояние от точки до прямой в пространстве.

6.8. Прямая и плоскость в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

- Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую, перпендикулярно данной плоскости.

6.9. Кривые второго порядка. (КВП)

- Эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы, фокальные радиусы этих кривых. Асимптоты гиперболы.

6.10. Поверхности второго порядка (ПВП).

- Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры. Конические сечения.

6.11. Применение инвариантов для определения типа КВП и ПВП и приведение их к каноническому виду.

- Инварианты КВП и ПВП при параллельном переносе, при повороте осей и общего преобразование.

6.12. Исчисления высказываний. Нормальные и совершенные формы. Теоремы проблемы разрешимости.

- Ввести понятие высказыванию операции над высказываниями. Основные законы алгебры высказываний. Нормальные и современные формы. Теорема о приводимости к совершенным формам. Четыре теоремы проблемы разрешимости.

6.13. Аксиомы исчисления высказываний. Доказуемость выводимость. Правила вывода ИВ. Теорема о дедукций.

- Привести аксиомы Гильберта ИВ. Ввести определения понятий доказуемости и определения понятий доказуемости и выводимости. Правила заключения и правило об эквивалентной замене. Теорема о дедукции ИВ с доказательством.

6.14. Приложения предикатов. Строение и виды теорем. Необходимое и достаточное условие.

- Описание строения теорем с помощью предикатов. Изучение видов теорем на языке предикатов. Необходимое и достаточное условие как предикатные формулы.

6.15. Правильные и неправильные рассуждения. Примеры неправильных рассуждений.

- Определение правильного рассуждения. Равносильность правильного рассуждения и предикатной формулы. Виды правильных рассуждений. Привести примеры правильных рассуждений.

#### 6.16. Размещения и сочетания.

- Упорядоченные и неупорядоченные  $(n, k)$ - выборки. Правило произведения в комбинаторике. Формулы для числа размещений и сочетаний.

#### 6.17. Биномиальная формула Ньютона. Перестановки с повторениями.

- Биномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Формула для числа перестановок с повторениями.

#### 6.18. Графы. Типы графов. Теоремы о степенях вершин графа.

- Определение графа. Ориентированные и неориентированные графы. Мультиграф и псевдограф. Понятие степени вершины. Положительная и отрицательная степень вершины. Теоремы о степенях вершин неориентированного и ориентированного графа.

#### Литература

1. Погорелов А.В. – Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1974.
2. Новиков П.С. – Элементы математической логики. М., 1959.
3. Ершов Ю.Л., Палютин Е.И. – Математическая логика. М., Наука. 1979.
4. Клини С.К. – Математическая логика. М., 1973.
5. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. – Курс дифференциальной геометрии и топологии. М., МГУ, 1980.
6. Новиков С.П., Фоменко А.Т. – Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М., Наука, 1987.
7. Мусхелишвили И.И. – Аналитическая геометрия М., Высшая школа, 1967.

#### **ОУМ 7. Специальные дисциплины**

1. Алгебры.
2. Отношение эквивалентности на множестве. Разбиение множеств.
3. Принцип математической индукции. Примеры применения.
4. Теорема об изоморфизме циклических групп порядка  $n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
5. Теорема о разложении конечной абелевой группы в прямое произведение силовских подгрупп.
6. Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел.



7. Теорема о существовании и единственности простого подполя.
8. Характеристика поля.
9. Теорема о разложении абелевой группы в прямое произведение примерных циклических подгрупп.
10. Теорема об инвариантности максимальных подгрупп нильпотентной группы.
11. Теорема о подгруппе Фраттини конечной группы.
12. Непрерывный гомоморфизм группы  $(\mathbb{R}, +)$  на группу  $(\mathbb{R}, \bullet)$ .
13. Непрерывный гомоморфизм группы  $(\mathbb{R}, +)$  на группу  $(\mathbb{T}, \bullet)$ .
14. Автоморфизм группы  $(\mathbb{R}, +)$ .
15. Приложения предикатов.
16. Доказательство и вывод на языке предикатов.
17. Аксиоматическое построение теории.
18. Эквивалентность квадратичных форм над полем.
19. Представление нуля квадратичной формой.
20. Бинарные квадратичные формы над полем.
21. Целочисленные бинарные квадратичные формы.
22. Конечные расширения полей.
23. Модули в поле алгебраических чисел.
24. Порядки в поле алгебраических чисел.
25. Дискриминант полного модуля.
26. Полная линейная группа и ее подгруппы.
27. Группы параметрических матриц. Свойства.
28. О применении матричных групп к решению уравнений.
29. Бинарная алгебраическая операция. Свойства.
30. Фундаментальные алгебры.
31. Алгебраические структуры типа решетки.
32. Приложения алгебраических структур.
33. Автоморфизмы групп. Свойства.

34. Регулярное представление групп.
35. Нильпотентные группы автоморфизмов.
36. Матричное представление групп.
37. Ряды централов и коммутантов.

### Литература

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 1971г.
2. Кострикина А.И. Введение в алгебру. 2000г., 1978г.
3. Курош А.Г. Теория групп. 1967г., 2004г.
4. Холл М. Теория групп. 1962г., 1967г.
5. Huppert B. Endliche Gruppen I. 1967г.
6. А.Х. Журтов, А.А. Цирхов. О конечных группах с независимыми подгруппами. Владикавказ. матем. ж., 12, №4 (2010), 15-20.
1. Л.И. Шидов. О конечных группах с нормализаторным условием. Сиб.матем. ж., т., 21, №6 (1980), 141-145.
2. Ф. Холл. Теория групп. М.: ИЛ, 1982.
3. M. Suzuki. Finite groups in which the centralizer of any element of order 2 is 2-closed. Ann. Math. (2), 82, #2 (1965), 191-212.
4. W. Feit, J.G. Thomson. Solvability of groups of odd order. Pacif. J. Math, 13, #4 (1963), 755-1029.
5. R.A. Wilson. The finite simple groups. Springer, 2009.
6. В.М. Бусаркин, Ю.М. Горчаков. Конечные расщепляемые группы. М., Наука, 1968.

#### 4. Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний

1. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Свойства.
2. Исчисление высказывания. Нормальные и совершенные формы. Теоремы проблемы разрешимости.
3. Аксиомы исчисления высказываний. Доказуемость выводимость. Правила вывода ИВ. Теорема о дедукции.
4. НОД, НОК. Алгоритмы Евклида.
5. Приложение предикатов к строению теорем. Необходимое и достаточное условие.
6. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.
7. Линейные пространства. Базис и размерность. Координаты вектора. Связь координат вектора в различных базисах.
8. Многочлены. Операции над многочленами. Делимость многочленов. Схема Горнера.
9. Алгебраические структуры с одной и двумя бинарными алгебраическими операциями.
10. Отношение эквивалентности на множестве. Разбиение множества. Виды отношений.
11. Теорема об изоморфизме циклических групп порядка  $n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
12. Теорема Лагранжа о конечных группах. Теорема Кэли.
13. Характеристика поля. Теорема.
14. Теорема о подгруппе Фраттини конечной групп.
15. Полная линейная группа и ее подгруппы.
16. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
17. Первообразные корни и индексы по простому модулю
18. Китайская теорема об остатках

19. Линейные сравнения с одним неизвестным.
20. Квадратичные вычеты и невычеты.
21. Символ Лежандра и его свойства.
22. Тензоры и алгебраические операции над ними. Кососимметрические тензоры.
23. Соотношение Гаусса для функции Эйлера.
24. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Их свойства.
25. Доказательство и вывод на языке предикатов.
26. Принцип математической индукции. Примеры применения.
27. Операции квантования и их свойства.
28. Теорема о разложении абелевой группы в прямое произведение примарных циклических подгрупп.
29. Теоремы проблемы разрешимости.
30. Теорема о разложении конечной абелевой группы в прямое произведение силовских подгрупп.
31. Строения теорем, виды теорем. Необходимые и достаточные условия.
32. Теорема об инвариантности максимальных подгрупп нильпотентной группы.
33. Логические операции над высказываниями и их свойства.
34. Полная линейная группа и ее подгруппы.
35. Совершенные формы. Теорема.
36. Эквивалентность квадратичных форм над полем. Теорема.
37. Алгебраические структуры типа решетки. Дистрибутивные и модулярные решетки.
38. Матричное представление групп.
39. Смежные классы. Фактор-группа.
40. Функция Эйлера и ее свойства.
41. Автоморфизмы групп. Свойства.

- 42.Ряды централов и коммутантов. Разрешимость и нильпотентность групп. Примеры.
- 43.Поле, подполе. Свойства. Расширения полей.
- 44.Теоремы Силова.
- 45.Конечные кольца и поля; их свойства.
- 46.Матричное представление графов.
- 47.Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теоремы.
- 48.Деревья. Теоремы о числе ребер дерева и о висячих вершинах дерева.
- 49.Кривизна и кручение кривых.
- 50.Теорема об фактор-кольце многочленов по идеалу многочленов.