

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования**

**«Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**

**СОГЛАСОВАНО**

Руководитель магистерской  
программы М.М. Исакова М.М. Исакова



**ПРОГРАММА**

**вступительных испытаний в магистратуру по направлению  
01.04.01 «Математика»**

**Магистерская программа:  
«Уравнения в частных производных»**

Очная форма обучения

Нальчик, 2024г.

## Содержание

1. <u>Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.01– «Математика» магистерской программы «Уравнения в частных производных», необходимые для освоения программы магистров.....</u>	3
2. <u>Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний.</u>	4
3. <u>Структура вступительного экзамена по направлению. Литература.....</u>	6
4. <u>Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний .....</u>	19

# **1. Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.01 – «Математика» магистерской программы «Уравнения в частных производных», требования к уровню подготовки бакалавров, необходимые для освоения программы магистров**

При составлении программы вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.01 – «Математика» магистерской программы «Уравнения в частных производных» учитывались требования ГОС ВО к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров.

«Бакалавр математики» должен быть сформировавшимся специалистом, иметь навыки к научно-исследовательской работе, уметь использовать разнообразные научные и методические приемы, владеть методами и средствами исследования, а также иметь уровень подготовки, соответствующий требованиям ГОС ВО и необходимый для освоения программы магистров.

Бакалавр должен знать основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения научных, научно-методических, организационно-управленческих задач; знать основные направления, новейшие результаты и перспективы развития математической науки.

Бакалавр должен свободно владеть необходимым запасом математических терминов и владеть полным набором математических понятий.

Бакалавр должен уметь:

- для заданной задачи осуществить ее постановку на языке математики;
- владеть математическими методами и приемами для успешного решения этой задачи;
- анализировать собственную деятельность с целью ее совершенствования;
- повышать профессиональную квалификацию;

- быть готовым для научно-исследовательских работ.

Целью вступительных испытаний в магистратуру является определение уровня качества подготовки бакалавров, пригодность и соответствие знаний и умений требованиям ГОС, необходимым для обучения в магистратуре. Для объективного установления этого в программу вступительных испытаний в магистратуру включаются вопросы по всем дисциплинам федерального компонента ГОС учебного плана подготовки и отдельная программа бакалавров по направлению 01.03.01 – «Математика».

Вступительные испытания в магистратуру должны позволить оценить:

- уровень овладения основными понятиями всех математических дисциплин, входящих в программу подготовки бакалавра метаматематики;
- уровень готовности бакалавра к научно-исследовательской работе;
- уровень овладения основными методами исследовательской работы;
- знание объективных тенденций развития математической науки.

По итогам вступительных испытаний в магистратуру, с учетом выявленных знаний и умений по вопросам, включенным в билет (состоящий из трех вопросов), приемная комиссия выставляет единую оценку на основе коллективного обсуждения.

## **2. Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний**

Ответ на вступительных испытаниях в магистратуру оценивается на закрытом заседании приемной комиссии простым большинством голосов членов комиссии. Результаты вступительных испытаний в магистратуру определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

***Оценка «Отлично»:***

***от 91 до 100 баллов*** – ставится за ответ, в котором раскрываются все вопросы, включенные в программу, логически правильно построен ответ, все теоремы с

полными доказательствами, все понятия изложены с различных методических подходов. Испытуемый свободно отвечает на дополнительные вопросы. На экзамене абитуриент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

***Оценка «Хорошо»:***

***от 81 до 90 баллов*** – ставится за ответ, в котором изложены все понятия, включенные в программу, логически правильно построен ответ, приводятся формулировки теорем и выводы формул, входящих в билетный вопрос, но в доказательствах и выводах есть небольшие ошибки. Испытуемый не отвечает на треть дополнительных вопросов.

***Оценка «Удовлетворительно»:***

***от 61 до 80 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

***Оценка «Неудовлетворительно»***

***от 36 до 60 баллов*** – ставится за ответ, в котором излагаются все понятия по программе, приводятся формулировки теорем без доказательств, формулы без вывода. Испытуемый отвечает менее половины дополнительных вопросов по курсу.

Вступительное испытание проводится в письменной форме. Комиссия также может устными вопросами уточнять ответы испытуемого для выставления объективной оценки.

Основными методическими рекомендациями к проведению вступительных испытаний являются:

- определение соответствия бакалавра требованиям ГОС ВО и уровень его подготовки;

- принятие решения о зачислении в магистратуру по магистерской программе «Уравнения в частных производных» по результатам вступительных испытаний.

### **3. Структура вступительного экзамена по направлению. Литература**

#### **ОУМ 1. Математический анализ.**

1.1. Предел функции. Замечательные пределы. Определение предела функции по Коши, по Гейне.

1.2. Теоремы о пределах функций, замечательные пределы.

1.3. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Определение непрерывности в точке, на множестве. Арифметические действия над непрерывными функциями.

1.4. Точки разрыва. Типы разрывов. Свойства непрерывных функций.

1.5. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций.

1.6. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

1.7. Определение производной, ее геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Полный дифференциал функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости.

1.8. Определение частных дифференциалов. Теорема о равенстве частных производных. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемых на сегменте функций. Геометрический смысл теоремы Лагранжа.

1.9. Исследование функции методами дифференциального исчисления: признаки монотонности функции, экстремумы функций, выпуклость и точки перегиба, асимптоты, понятие неявной функции, условия существования неявной функции одной действительной переменной, достаточные условия непрерывности и дифференцируемости неявной функции.

1.10. Определение интеграла с помощью интегральных сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Условие существования. Интеграл Римана и его основные свойства. Интеграл по переменному верхнему пределу.

1.11. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы.

1.12. Признаки сходимости. Интегралы с бесконечными пределами (первого рода) и интегралы от неограниченных функций. Интегралы в смысле главного значения. Признаки сравнения.

1.13. Кратные интегралы. Определение. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.

1.14. Поверхностные интегралы. Определение. Связь между поверхностными интегралами первого и второго типа. Формула Стокса.

1.15. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.

1.16. Ортогональные системы функции. Сходимость ряда Фурье. Понятие об интеграле Фурье.

### Литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. т. 1, 2, 3, 1969 г.
1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. – Математический анализ, т. 1, 2. М., 1988.
2. Зорич В.А. – Математический анализ, т.1, т.2, 2001.
3. Никольский С.М. – Курс математического анализа, т. 1,2. М., 1983.
4. Кудрявцев Л.Д. – Курс математического анализа, т. 1,2. М., 1981.

## **ОУМ 2. Алгебра и теория чисел.**

2.1. НОД, НОК. Алгоритм Евклида.

- Ввести понятие канонического разложения числа. Доказать существование и единственность канонической записи. Нахождение НОД и

НОК с использованием канонического расположения. Алгоритм Евклида. Вывод. Связь НОД и НОК двух чисел.

2.2. Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Теорема Лагранжа о конечных группах. Циклические группы.

- Ввести определения полугруппы, группы. Смежные классы, разложения группы по подгруппе. Порядок группы, индекс подгруппы. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп.

2.3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- Метод Гаусса, исследование систем линейных уравнений и решение. Метод Крамера. Системы линейных уравнений крамеровского типа. Вывод формул Крамера матричным способом.

2.4. Критерий совместности систем линейных уравнений.

- Теорема Кронекера-Капелли с доказательством.

2.5. Линейные преобразования векторных пространств. Собственные значения и собственные векторы.

- Определение линейного преобразования. Изменение координат вектора при линейном преобразовании. Собственные значения и соответствующие им собственные векторы. Свойства собственных векторов.

2.6. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.

- Дать определение положительной определенности. Свойства. Критерий Сильвестра положительной определенности с доказательством.

2.7. Матрицы. Операции над матрицами. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

- Определение операции над матрицами. Обратная матрица, условие существования. Кольцо квадратных матриц. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

2.8. Линейные пространства. Базис и размерность. Координаты вектора. Связь координат вектора в различных базисах.



- Определение линейного пространства. Определение базиса. Существование базиса, процесс ортогонализации. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к другому базису.

2.9. Алгебраические структуры с двумя алгебраическими операциями. Делители нуля. Характеристика поле.

- Определение кольца и поля. Примеры: делители нуля в кольце. Свойства. Характеристика поля, свойства. Примеры числовых полей. Поле комплексных чисел.

2.10. Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Корень  $n$ -ой степени из единицы. Свойства.

- Ввести понятие пары. Алгебраическая форма комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел в алгебраической форме. Тригонометрическая форма. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Извлечения корня  $n$ -ой степени.

2.11. Многочлены. Операции над многочленами. Делимость многочленов с остатком. Корни многочленов. Схема Горнера. НОД и НОК. Теорема Виета.

- Операции над многочленами. Корни многочленов. Делимость на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни. Взаимно простые многочлены. Теорема Виета. Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства).

2.12. НОД. Алгоритм Евклида.

- Понятие НОД нескольких чисел. Взаимно простые и попарно взаимно простые числа. Алгоритм Евклида и его следствия.

2.13. Непрерывные дроби.

- Понятие непрерывной дроби. Конечные и бесконечные непрерывные дроби. Подходящие дроби и закон их составления. Свойства подходящих дробей.

2.14. Сравнения и классы вычетов.

- Определение сравнения. Свойства сравнений относящихся к сложению и умножению. Полная система вычетов. Класс вычетов по модулю. Свойства классов вычетов по модулю  $m$ .

#### 2.15. Теорема Эйлера и теорема о сравнениях.

Приведенная система вычетов по модулю  $m$  и ее свойство. Теорема Эйлера о сравнениях. Малая теорема Ферма.

2.16. Сравнения первой степени с одним неизвестным; способы их решения. Понятие сравнения с одним неизвестным. Определение решения сравнения. Теорема о сравнениях первой степени с одним неизвестным. Способ Эйлера и способ непрерывных дробей решения сравнений 1-ой степени.

#### Литература

1. Мальцев А.И. – Основы линейной алгебры. М., Наука, 1974.
2. Ильин В.А., Позняк Э. – Линейная алгебра. М., Наука, 1974.
3. Курош А. – Курс высшей алгебры. М., Наука, 1975.
4. Фадеев Д.К. – Лекции по алгебре. М., Наука, 1984
5. Гельфанд М.И. – Лекции по линейной алгебре. М., Наука, 1977.
6. Мухелишвили И.И. – Аналитическая геометрия. М. Высшая школа., 1967.
7. Погорелов А.В. – Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1974.
8. Виноградов И.М., - Основы теории чисел. М., Наука, 1968.
9. Кострыкин А.И. – Введение в алгебру. М., Наука, 1977.

### **ОУМ 3. Дифференциальные уравнения.**

3.1. Формулировка теоремы существования решения задачи Коши. Функции, удовлетворяющие условию Липшица. Доказательство существования решения задачи Коши (метод последовательных приближений). Доказательство единственности решения.

3.2. Линейная зависимость (независимость) системы функции. Фундаментальная система функций. Условия линейной зависимости (независимости) фундаментальной системы. Структура общего решения

уравнения. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по структуре правой части.

3.3. Метод Эйлера нахождения общего решения однородного уравнения. Линейная зависимость (независимость) частных решений. Вариация произвольных постоянных. Получение системы уравнений для определения коэффициентов.

3.4. Понятие устойчивости по Ляпунову. Понятие асимптотической устойчивости. Критерий устойчивости по первому приближению. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.

#### Литература

1. Степанов А.В. – Курс дифференциальных уравнений. М., физмат т.3, 1959.
2. Понтрягин Л.С. – Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1982.
3. Матвеев Н.М. - Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Высшая школа, 1963.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М., Наука, 1980.

#### **ОУМ 4. Функциональный анализ.**

- 4.1. Определение метрического пространства. Примеры.
- 4.2. Определение полного метрического пространства. Примеры.
- 4.3. Определение сжимающего отображения.
- 4.4. Теорема о принципе сжимающих отображений и ее доказательство.
- 4.5. Определение линейного нормированного пространства и пространства Банаха. Примеры.
- 4.6. Определение компактного множества в нормированных пространствах. Примеры.
- 4.7. Дать понятие равномерной ограниченности и равностепенной непрерывности функций множества.

- 4.8. Привести доказательство теоремы Арцела.
- 4.9. Определение резольвенты и привести ее свойства.
- 4.10. Теоремы Фредгольма и их доказательства.

### Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. – Элементы теории функции и функционального анализа. М., 1981.
2. Васильева А.З., Тихонов Н.А. – Интегральные уравнения. МГУ., 1989.
3. Люстерник А.А., Соболев Б.Ч. – Краткий курс функционального анализа. М., Наука, 1982.
4. Рисс С.Ф. Б. Секефальви-Над. Лекции по функциональному анализу. М., Наука, 1972.
5. Сабитов К.Б. – Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения. М., Высшая школа, 2005.

### **ОУМ 5. Теория функции комплексного переменного.**

- 5.1. Определение производной функции комплексного переменного в точке.
- 5.2. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости в точке области, т.е. получить условия Коши-Римана.
- 5.3. Определение однозначной аналитической функции в области. Привести доказательство интегральной теоремы Коши. Пример.
- 5.4. Сформулировать теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора и привести ее доказательство.
- 5.5. Определение ряда Лорана. Радиус сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана с доказательством. Пример.
- 5.6. Классификация особых точек аналитической функции.
- 5.7. Определение вычета функции комплексного переменного относительно особой изолированной точки.
- 5.8. Основная теорема о вычетах и ее доказательство. Показать на примере применение теоремы о вычетах для вычисления интегралов.

## Литература

1. Бицадзе А.В. – Основы теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1984
2. Привалов И.В. Введение в теорию функции комплексного переменного. М., Наука, 1984.
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М., Наука, т.1,2, 1968.
4. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1989.

## **ОУМ 6. Дифференциальная и аналитическая геометрия, топология.**

### **Дискретная математика и математическая логика.**

#### 6.1. Кривые. Формулы Френе:

- Кривые. Репер Френе. Кривизна и кручение кривых. Формулы Френе.

#### 6.2. Первая и вторая квадратичные формы поверхности.

- Определения первой и второй квадратичных форм. Коэффициенты этих форм. Применения первой квадратичной формы для нахождения длины дуги кривой на поверхности, площади области на поверхности, угла между кривыми на поверхности.

#### 6.3. Гладкие многообразия.

- Определение гладкого многообразия. Отображение многообразий.

Многообразия с краем.

6.4. Векторы. Линейные операторы над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Свойства.

- Сложение векторов, умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы. Координаты вектора относительно данного базиса. Выражение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов через координаты этих векторов.

#### 6.5. Прямая линия на плоскости. Взаимное расположение прямых.

- Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две точки, общее уравнение прямой, уравнение прямой в

отрезках. Нормальное уравнение прямой. Приведение общего уравнения к нормальному виду, расстояние от точки до прямой.

6.6. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.

- Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости.

6.7. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве.

- Прямая, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. Расстояние от точки до прямой в пространстве.

6.8. Прямая и плоскость в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

- Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую, перпендикулярно данной плоскости.

6.9. Кривые второго порядка. (КВП)

- Эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы, фокальные радиусы этих кривых. Асимптоты гиперболы.

6.10. Поверхности второго порядка (ПВП).

- Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры. Конические сечения.

6.11. Применение инвариантов для определения типа КВП и ПВП и приведение их к каноническому виду.

- Инварианты КВП и ПВП при параллельном переносе, при повороте осей и общего преобразование.

6.12. Исчисления высказываний. Нормальные и совершенные формы. Теоремы проблемы разрешимости.

- Ввести понятие высказыванию операции над высказываниями. Основные законы алгебры высказываний. Нормальные и совершенные формы. Теорема о приводимости к совершенным формам. Четыре теоремы проблемы разрешимости.

6.13. Аксиомы исчисления высказываний. Доказуемость выводимость. Правила вывода ИВ. Теорема о дедукций.

- Привести аксиомы Гильберта ИВ. Ввести определения понятий доказуемости и определения понятий выводимости. Правила заключения и правило об эквивалентной замене. Теорема о дедукции ИВ с доказательством.

6.14. Приложения предикатов. Строение и виды теорем. Необходимое и достаточное условие.

- Описание строения теорем с помощью предикатов. Изучение видов теорем на языке предикатов. Необходимое и достаточное условие как предикатные формулы.

6.15. Правильные и неправильные рассуждения. Примеры неправильных рассуждений.

- Определение правильного рассуждения. Равносильность правильного рассуждения и предикатной формулы. Виды правильных рассуждений. Привести примеры правильных рассуждений.

6.16. Размещения и сочетания.

- Упорядоченные и неупорядоченные  $(n,k)$ - выборки. Правило произведения в комбинаторике. Формулы для числа размещений и сочетаний.

6.17. Биномиальная формула Ньютона. Перестановки с повторениями.

- Биномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов.  
Треугольник Паскаля. Формула для числа перестановок с повторениями.

6.18. Графы. Типы графов. Теоремы о степенях вершин графа.

- Определение графа. Ориентированные и неориентированные графы.  
Мультиграф и псевдограф. Понятие степени вершины. Положительная и отрицательная степень вершины. Теоремы о степенях вершин неориентированного и ориентированного графа.

### Литература

1. Погорелов А.В. – Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1974.
2. Новиков П.С. – Элементы математической логики. М., 1959.
3. Ершов Ю.Л., Палютин Е.И. – Математическая логика. М., Наука. 1979.
4. Клини С.К. – Математическая логика. М., 1973.
5. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. – Курс дифференциальной геометрии и топологии. М., МГУ, 1980.
6. Новиков С.П., Фоменко А.Т. – Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М., Наука, 1987.
7. Мусхелишвили И.И. – Аналитическая геометрия М., Высшая школа, 1967.

## **ОУМ 7. Специальные дисциплины**

7.0.1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Классификация и постановка краевых задач

7.0.2. Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями, описывающими теплообмен на концах отрезка со средой нулевой температуры

7.0.3. Общая схема метода разделения переменных (метод Фурье)

7.0.4. Первая краевая задача для уравнения Лапласа вне круга (внешняя краевая задача Дирихле)

7.0.5. Модель диффузии вещества в трубке

7.0.6. Решение неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке  $[0;1]$

7.0.7. Физический смысл фундаментального решения уравнения



теплопроводности на прямой (функция Грина)

7.0.8. Внутренняя задача Немана для уравнения Лапласа в круге.

7.0.9. Свойства решений задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой

7.10. Условие разрешимости задачи Немана

7.11. Вывод граничных условий на концах стержня, описывающих режим конвективного теплообмена со средой заданной температуры

7.12. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в прямоугольнике

7.13. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач

7.14. Представление решения задачи Дирихле в круге с помощью интеграла Пуассона

7.15. Задача Коши для волнового уравнения  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  на прямой

7.16. Преобразование краевых задач с неоднородными граничными условиями

7.17. Неоднородное уравнение теплопроводности на прямой

7.18. Внутренняя задача Немана для уравнения Лапласа в кольце.

7.19. Понятие точечного источника тепла. Функция Дирака. Решение задачи Коши, учитывающей действие точечного источника

7.20. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круговом секторе

7.21. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Условие Неймана на границе  $x=0$

7.22. Функция Грина внутренней задачи Неймана для уравнения Пуассона

7.23. Внутренняя задача Дирихле для уравнения Пуассона в шаре

7.24. Решение однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями Дирихле методом Фурье

7.25. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в кольце

7.26. Уравнение теплопроводности на полуполярной. Однородные граничные условия общего вида. Решение краевых задач на полупрямой методом продолжения (общая схема)

7.27. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в кольцевом секторе

7.28. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Условие Дирихле на границе  $x=0$

7.29. Функция Грина внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона

7.30. Представление решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой с помощью интеграла Пуассона

7.31. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа

7.32 Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круге (внутренняя задача Дирихле)

### **Литература:**

1. Алексеев А.Д. Уравнения с частными производными в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Алексеев А.Д., Кудряшов С.Н., Радченко Т.Н.- Электрон. текстовые данные.- Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2009.- 80 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/47167.html>.- ЭБС «IPRbooks»

2. Паршев Л.П. Уравнения в частных производных первого порядка [Электронный ресурс]: методические указания к выполнению типового расчета/ Паршев Л.П., Калинин А.В.- Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011.- 28 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31307.html>.- ЭБС «IPRbooks»

3. Пичугин Б.Ю. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: курс лекций/ Пичугин Б.Ю., Пичугина А.Н.- Электрон. текстовые данные.- Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2016.- 180 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59669.html>.- ЭБС «IPRbooks»

4. Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии: [Электронный ресурс] – М.: Физматлит, 2010. – 400 с. – Режим доступа: [https://books.google.ru/books?id=gqIODAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=ru&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.ru/books?id=gqIODAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=ru&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)

5. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М. Высшая школа, 1995. – 301 с. (17 экз.)

6. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1 [Электронный ресурс]/ Ризниченко Г.Ю.- Электрон. текстовые данные.- Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2002.- 232 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17629.html>. - ЭБС «IPRbooks»

#### **4. Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний**

1. Непрерывность функции одной и многих переменных.
2. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций.
3. Производная, ее геометрический и механический смысл.
4. Полный дифференциал функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости.
5. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемой на сегменте функции.
6. Исследование функции методами дифференциального исчисления.
7. Понятие неявной функции. Условие существования неявной функции одной переменной.

8. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения  $y' = f(x, y)$ .
9. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного дифференциального уравнения.
10. Метод вариации произвольных постоянных. Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
11. Нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
12. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях
14. Примеры нетривиального разделения переменных в нелинейных уравнениях
15. Структура решений с обобщенным разделением переменных
16. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования
17. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления
18. Упрощенная схема построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью
19. Структура решений с функциональным разделением переменных
20. Решения с функциональным разделением переменных частного вида
21. Метод дифференцирования в случае функционального разделения переменных
22. Метод расщепления. Редукция к функциональному уравнению с двумя переменными
23. Точные решения нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн
24. Применяя метод Фурье свести вопрос разрешимости уравнения  $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = x^n w^m \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  к вопросу разрешимости соответствующих ОДУ
25. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений
26. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных неоднородных и квазилинейных уравнений
27. Уравнение переноса вещества потоком воздуха
28. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами
29. Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик
30. Канонический вид уравнения гиперболического типа

31. Канонический вид уравнения параболического типа
32. Канонический вид уравнения эллиптического типа
33. Канонический вид уравнений второго порядка с  $n$  независимыми переменными
34. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых условий
35. Модель динамики концентрации вещества в трубке
36. Модель распространения тепла в изотропном теле
37. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера
38. Некоторые свойства решений волнового уравнения на прямой, определяемые свойствами начальных функций (начальных данных)
39. Вынужденные колебания неограниченной струны
40. Волновое уравнение на полупрямой. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе  $x=0$
41. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны методом Фурье. Условия существования классического решения
42. Вынужденные колебания ограниченной струны
43. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных чисел и собственных функций. Свойство ортогональности собственных функций
44. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач
45. Первая и вторая формулы Грина
46. Третья формула Грина (интегральное представление значения функции в точке,  $n=2$  и  $n=3$ )
47. Понятия оригинала и изображения по Лапласу. Свойства изображений
48. Теорема запаздывания (изображение функции с запаздывающим аргументом). Решение дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом
49. Понятие свертки. Изображение свертки. Решение интегральных уравнений типа свертки операционным методом
50. Изображение производной оригинала. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем операционным методом
51. Способы построения оригинала по заданному изображению
52. Собственные значения и собственные функции оператора Лапласа на плоскости
53. Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях
54. Примеры нетривиального разделения переменных в нелинейных уравнениях
55. Структура решений с обобщенным разделением переменных
56. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования
57. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления

58. Упрощенная схема построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью

59. Структура решений с функциональным разделением переменных

60. Решения с функциональным разделением переменных частного вида

61. Метод дифференцирования в случае функционального разделения переменных

62. Метод расщепления. Редукция к функциональному уравнению с двумя переменными

63. Точные решения нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн

64. Применяя метод Фурье свести вопрос разрешимости уравнения

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = x^n w^m \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \text{ к вопросу разрешимости соответствующих ОДУ}$$

65. Редуцировать вопрос разрешимости уравнения  $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a e^{\lambda w} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  к вопросу разрешимости соответствующего ОДУ, применяя метод

$$w = w(z), \quad z = \frac{x + A}{t + B},$$

функционального разделения переменных:

66. Доказать существование решения уравнения  $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( e^{\lambda w} \frac{\partial w}{\partial x} \right)$  методом функционального разделения переменных:  $w = w(z), \quad z = x + \mu t$ .

67. Методом функционального разделения переменных:  $w = t^{-1/n} \cdot \varphi(\xi), \quad \xi = \frac{x}{t}$ ,

$$\text{получить ОДУ, соответствующее уравнению } \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + w^n \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.$$

68. Применяя метод Фурье свести вопрос разрешимости уравнения

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( x^n w^m \frac{\partial w}{\partial x} \right) \text{ к вопросу разрешимости соответствующих ОДУ}$$

69. Получить ОДУ, соответствующее уравнению  $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + w^5$  для решения типа бегущей волны:  $w = w(z), \quad z = \alpha x + \beta t$ .

70. Доказать существование решения уравнения  $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (x^2 - t^2)w$  методом функционального разделения переменных:

$$w = w(\xi), \quad \xi = \frac{1}{2}(x^2 - t^2).$$