

**ПРОГРАММА**  
**вступительных испытаний в магистратуру по направлению**  
**01.04.02 – «Прикладная математика и информатика»**

**Магистерской программы «Математическая физика»**

**Оглавление**

1. Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 010400.68 – «Прикладная математика и информатика» магистерской программы «Математическая физика», требования к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров .2
2. Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний .....3
3. Структура вступительного экзамена по направлению. Литература.....5
4. Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний .....17

**1. Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 010400.68 – «Прикладная математика и информатика» магистерской программы «Математическая физика», требования к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров**

При составлении программы вступительных испытаний в магистратуру по направлению 01.04.02 – «Прикладная математика и информатика» магистерской программы «Математическая физика» учитывались требования ФГОС ВПО к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров.

«Бакалавр прикладной математики и информатики» должен быть сформировавшимся специалистом в области прикладной математики и информатики, иметь навыки к научно-исследовательской работе, уметь использовать разнообразные научные и методические приемы, владеть методами и средствами исследования, а также иметь уровень подготовки, соответствующий требованиям ФГОС и необходимый для освоения программы магистров.

Бакалавр должен знать основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения научных, научно-методических, организационно-управленческих задач; знать основные направления, новейшие результаты и перспективы развития математической науки.

Бакалавр должен свободно владеть необходимым запасом математических терминов и владеть полным набором математических понятий.

Бакалавр должен уметь:

- для заданной задачи осуществить ее постановку на языке математики;
- владеть математическими методами и приемами для успешного решения этой задачи;
- анализировать собственную деятельность с целью ее совершенствования;

- повышать профессиональную квалификацию;
- быть готовым для научно-исследовательских работ.

Целью вступительных испытаний в магистратуру является определение уровня качества подготовки бакалавров, пригодность и соответствие знаний и умений требованиям ФГОС, необходимым для обучения в магистратуре. Для объективного установления этого в программу вступительных испытаний в магистратуру включаются вопросы по дисциплинам базовой и вариативной частям цикла Б.2. Математический и естественнонаучный цикл и базовой части цикла Б.3. Профессиональный цикл ФГОС учебного плана подготовки и отдельная программа бакалавров по направлению 010400.62 – «Прикладная математика и информатика» по вариативной части и дисциплинам и курсам по выбору студента цикла Б.3. Профессиональный цикл.

Вступительные испытания в магистратуру должны позволить оценить:

- уровень овладения основными понятиями всех математических дисциплин, входящих в программу подготовки бакалавра прикладной метаматематики и информатики;
- уровень готовности бакалавра к научно-исследовательской работе;
- уровень овладения основными методами исследовательской работы;
- знание объективных тенденций развития математической науки.

По итогам вступительных испытаний в магистратуру, с учетом выявленных знаний и умений по вопросам, включенным в билет (состоящий из трех вопросов), приемная комиссия выставляет единую оценку на основе коллективного обсуждения.

## **2. Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний**

Ответ на вступительных испытаниях в магистратуру оценивается на закрытом заседании приемной комиссии простым большинством голосов членов комиссии.

Результаты вступительных испытаний в магистратуру определяются оценками «пять», «четыре», «три», «два».

Оценка «пять» ставится за ответ, в котором раскрываются все вопросы, включенные в программу, логически правильно построен ответ, все теоремы с полными доказательствами, все понятия изложены с различных методических подходов. Испытуемый свободно отвечает на дополнительные вопросы по дисциплине.

Оценка «четыре» ставится за ответ, в котором изложены все понятия включенные в программу, логически правильно построен ответ, приводятся формулировки теорем и выводы формул, входящих в билетный вопрос, но в доказательствах и выводах есть небольшие ошибки. Испытуемый не отвечает на треть дополнительных вопросов.

Оценка «три» ставится за ответ, в котором излагаются все понятия по программе, приводятся формулировки теорем без доказательств, формулы без вывода. Испытуемый отвечает менее половины дополнительных вопросов по курсу.

Оценка «два» ставится за ответ, в котором излагаются входящие в программу понятия с ошибками, нет доказательств теорем. Формулировки теорем с ошибками, формулы с недочетами. Испытуемый не дает правильных ответов на дополнительные вопросы по курсу.

Вступительное испытание проводится в письменной форме. Комиссия также может устными вопросами уточнять ответы испытуемого для выставления объективной оценки.

Основными методическими рекомендациями к проведению вступительных испытаний являются:

- определение соответствия бакалавра требованиям ФГОС ВПО и уровень его подготовки;

- принятие решения о зачислении в магистратуру по магистерской программе «Математическая физика» по результатам вступительных испытаний.

### **3. Структура вступительного экзамена по направлению. Литература**

#### ***Б.2.1. Математический анализ I, Б.2.2. Математический анализ II, Б.2.3. Математический анализ III***

Предел функции. Замечательные пределы. Определение предела функции по Коши, по Гейне. Теоремы о пределах функций. Пять замечательных пределов. Непрерывность функции одной и нескольких переменных. Определение непрерывности в точке, на множестве. Арифметические действия над непрерывными функциями. Точки разрыва. Типы разрывов. Свойства непрерывных функций. Основные свойства. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Производная, ее геометрический и механический смысл. Определение производной. Правила дифференцирования. Полный дифференциал функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Определение частных дифференциалов. Теорема о равенстве частных дифференциалов. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемой на сегменте функции. Геометрический смысл теоремы Лагранжа. Исследование функции методами дифференциального исчисления. Схема исследования функции. Признаки монотонности функции. Экстремумы функции. Выпуклость и точки перегиба. Понятие неявной функции. Условия существования неявной функции одной действительной переменной. Достаточные условия непрерывности и дифференцируемости неявной функции. Интеграл Римана и его основные свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула

Ньютона - Лейбница. Определение интеграла с помощью интегральных сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Условие существования. Кратные интегралы. Определение. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина и Остроградского. Формула Стокса. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.

#### Литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ, т.1,2, М., 1988.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа, т.1,2. М., 1983г.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т.1,2, М., 1981г.
4. Зорич В.А., Математический анализ. М., Наука, 2001г., 2ч.
5. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М., Наука, 1924г.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., Наука, 1974г.

#### *Б.2.4. Алгебра и геометрия*

Ввести определение группоида, моноида группы, полугруппы. Примеры групп. Порядок группы, индекс группы. Циклические группы, изоморфизм циклических групп. Числовые кольца и поля. Основная теорема алгебры комплексных чисел (без доказательства).

Линейные преобразования векторных пространств. Собственные значения и собственные векторы. Определение линейного преобразования. Изменение координат вектора при линейном преобразовании. Собственные значения и соответствующие им собственные векторы. Свойства собственных векторов.

Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности. Дать определение положительной определенности. Свойства. Критерий Сильвестра положительной определенности с доказательством.

Матрицы. Операции над матрицами. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

Линейные пространства. Базис и размерность. Координаты вектора.  
Связь координат вектора в различных базисах.

Определение линейного пространства. Определение базиса.  
Существование базиса, процесс ортогонализации. Координаты вектора в  
базисе. Изменение координат вектора при переходе к другому базису.

### **Основная литература**

1. Кострикин А.И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. 4-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 18-е изд. С.-П.: Лань, 2011г.
3. Проскураков И.В., Сборник задач по линейной алгебре. 13-е изд. С.-П.: Лань, 2010.
4. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. 5-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
5. Воеводин В.В. Линейная алгебра 5-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 18-е изд. С.-П.: Лань, 2011г.
7. Курош А.Г. Лекции по алгебре. 2-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
8. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии. 3-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
9. Беклемишев Д. В., Беклемишева Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. 4-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
10. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии. Изд. стер., С.-П.: Лань, 2011г.

### **Дополнительная литература**

1. Винберг Э. Б. Курс алгебры. М.:Факториал Пресс, 2002г.
2. Кострикин А.И., Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Физ.-мат.лит., 2000г.
3. Кострикин А.И., Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физ.-мат.лит., 2000г.
4. Фаддеев Д.К., Лекции по алгебре. 1984г.
5. Куликов Л.Я., Алгебра и теория чисел. 1979г.

6. Кострикин А.И., Манин Ю.В. Линейная алгебра и геометрия, 1980г.
7. Ван – дер Варден Алгебра 1979г.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1975.
9. Гельфанд М.И. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука 1971г.
10. Мусхелишвили И.И. Аналитическая геометрия. М.: Высшая школа, 1967.
11. Пачев У.М. Линейные операторы в евклидовых и унитарных пространствах 2011г.

#### Интернет – ресурсы

1. Электронный курс алгебры и геометрии.
2. [http://www.ph4s.ru/book\\_mat\\_teorgrup.html](http://www.ph4s.ru/book_mat_teorgrup.html)
3. [http://www.fondknig.com/2011/03/28/teorija\\_grupp.html](http://www.fondknig.com/2011/03/28/teorija_grupp.html)
4. <http://books4study.biz/f3526.html>
5. <http://www.knigafund.ru>

#### **Б.2.6. Функциональный анализ**

##### **Основная литература**

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 517 стр. [www.knigafund.ru/107095](http://www.knigafund.ru/107095).
2. Смолин Ю.Н. Введение в теорию функций действительной переменной. – Изд-во ФЛИНТА, 2012 г. – 517 с. [www.knigafund.ru/170454](http://www.knigafund.ru/170454).
3. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Изд-во Физматлит, 2010 г., 521 с. [www.knigafund.ru/1711884](http://www.knigafund.ru/1711884).
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд-во Физматлит, 2009 г., 572 с., <http://e.lanbook.com>.



5. Гуревич А.П., Корнев В.В., Хромов А.П. Сборник задач по функциональному анализу. Изд-во «Лань», 2012 г., 192 с., <http://e.lanbook.com>.
6. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Изд-во «Лань», 2009 г., 272 с., <http://e.lanbook.com>.
7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Изд-во «Физматлит», 2005 г., 240 с., <http://e.lanbook.com>.

#### **Дополнительная литература**

1. Водахова В.А., Нахушева Ф.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Методическая разработка. Нальчик, КБГУ, 1995г.
2. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Дрофа, 2001г.
3. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу М., ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 240с.
4. Рудин У. Функциональный анализ. – Санкт-Петербург, Лань, 2005.
5. Кирилов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. Учебное пособие М., Наука, 1979г., 381с.
6. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Дрофа, 2001г.
8. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, 488с.
9. Треногин В.А. Функциональный анализ. Изд.4. испр. 2007. Изд-во Физматлит.
10. Иосида К. Функциональный анализ. Пер. с англ. изд.3. 2010.
11. Антоневиц А.Б., Князев Л.Н., Радоны Я.В. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Изд-во Либроком, 2010.

#### ***Б.2.7. Комплексный анализ***

Определение производной функции комплексного переменного в точке. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости в точке области, т.е. получить условия Коши – Римана. Определение однозначной аналитической функции в области. Привести доказательство интегральной теоремы Коши. Пример. Сформулировать теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора и привести ее доказательство. Определение ряда Лорана. Радиус сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Доказательство теоремы Лорана.

### **Основная литература**

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ.-мат. лит. 2010г., 234с. [www.knigafund.ru/books/112548](http://www.knigafund.ru/books/112548).
2. Карасев И.П. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ.-мат. лит., 2008г. [www.knigafund.ru/books/106373](http://www.knigafund.ru/books/106373).
3. Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010г.
4. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2005г.
5. Волковысский А.И., Лунц Г.Л., Араманович А.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Изд-во Физ.-мат. лит. - М.: «Наука», 2006г.
6. Шабунин М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010г.

### **Дополнительная литература**

1. Эйдерман В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления. М., Физ.-мат. лит., 2011г., 256с. [www.knigafund.ru/books/115995](http://www.knigafund.ru/books/115995).

2. Львовский С.М. Лекции по комплексному анализу. Изд-во МЦНМО, 2009г. – 136 с. . [www.knigafund.ru/books/57824](http://www.knigafund.ru/books/57824).
3. Привалов И.И. Введение в теорию функции комплексного переменного. - М.: «Наука», 1977.
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций (Т.1,2). - М.: «Наука», 1977.
5. Елеев В.А., Кумыкова С.К. Теория функций комплексного переменного. Лабораторный практикум. Нальчик, 2008.
6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 1973.
7. Туганбаев А.А. Функции комплексного переменного. Изд-во ФЛИНТА, 2012 г., 47 с. . [www.knigafund.ru/books/148802](http://www.knigafund.ru/books/148802).
8. Шабунин М.И., Половинкина Е.С., Карпов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Изд-во Бином. Лаборатория знаний. 2012 г. – 363 с. . [www.knigafund.ru/books/127788](http://www.knigafund.ru/books/127788).
9. Привалов И.В. Введение в теории функции комплексного переменного. М. -Л.: Наука, 1986.
10. Бицадзе А.Б. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М., Наука 1969.

### ***Б.2.11. Уравнения математической физики***

Дать определение УЧП. Уметь классифицировать УЧП второго порядка. Привести примеры УЧП с постоянными и переменными коэффициентами. Дать постановку задачи Коши для уравнения колебания струны. Теорема Коши-Ковалевской (без доказательства). Получить формулу Даламбера решения задачи Коши. Дать определение гармонической функции и привести примеры. Перечислить основные свойства гармонической функции. Доказать теорему о максимуме и минимуме

гармонической функции. Сформулировать основные начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Доказать принцип экстремума для параболических уравнений. Сформулировать задачу Дирихле для общего эллиптического уравнения. Методом Фурье решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике и дать его обоснование. Сформулировать задачу Дирихле для общего эллиптического уравнения. Методом Фурье решить задачу Дирихле в круге и дать его обоснование.

### **Литература**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, 735с.
2. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М., 1976, 1982.
3. Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., 1997.
4. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М., 2001.

### **Б.3.2. Дифференциальные уравнения**

Определение линейного однородного уравнения  $n$ -го порядка. Теорема о структуре общего решения обыкновенного дифференциального уравнения. Существование и единственность решения задачи Коши, зависимость решения от начальных данных и от параметров. Дать определение устойчивости (движения) решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.

### **Основная литература**

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – СПб.: Лань, 2011. – 304с. [электронный ресурс <http://e.lanbook.com/view/book/1542/>].
2. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: «Лань», 2008. – 288 с. [электронный ресурс <http://e.lanbook.com/view/book/126/>]

3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 332 с. [электронный ресурс <http://e.lanbook.com/view/book/5268/>].
4. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. – М.: ВЛАДОС, 2011. – 376 с. [электронный ресурс [www.knigofond.ru/books/122576/](http://www.knigofond.ru/books/122576/)].
5. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 312 с. [электронный ресурс [www.knigofond.ru/books/106324/](http://www.knigofond.ru/books/106324/)].

#### **Дополнительная литература**

1. Асташова И.В., Никишкин В.А. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения». Учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2007. – 250 с.
2. Вальциферов Ю.В. Дифференциальные уравнения. Часть 1. – М.: МЦНМО, 2007. – 195 с.
3. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 384 с.
4. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями. М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 256 с.
5. Никишкин В.А., Асташова И.В. Дифференциальные уравнения. Часть 2. МЦНМО, 2007. 215 с.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Либроком, 2009. – 240 с.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. 9-е изд. – М.: КомКнига, 2006. – 472 с.
8. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. 3-е изд. – М.: КомКнига, 2013. – 240 с.
9. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. 5-е изд. – М.: Либроком, 2013. – 250 с.

10. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: УРСС, 2002. – 319 с.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Физматгиз, 1961.
12. Богданов Ю.С., Сыроид Ю.Б. Дифференциальные уравнения. Минск: Высшая школа, 1983, 239с.

### ***Б.3.6. Численные методы***

Прямые и итерационные методы решения линейных алгебраических уравнений (метод Гаусса, метод простой итерации, метод Зейделя, условия сходимости итерационных методов). Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Интегро-интерполяционный метод построения однородных разностных схем. Погрешность аппроксимации, устойчивость, сходимость разностных схем. Явные и неявные разностные схемы для уравнения теплопроводности. Разностные схемы для уравнения колебания струны. Принцип максимума для разностных схем. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.

### **Основная литература**

1. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
2. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008, 480с.
3. Рашиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач. Санкт-Петербург: Лань, 2005, 208с.
4. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. Москва: Издание Московского университета, 2010, 168с.

### **Дополнительная литература**

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987.
2. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1997.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1987.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
5. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
8. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1, М.: Физматгиз, 1966.
9. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: ИЛ, 1963.
10. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1980.
11. Рихтмайер Р., Марон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
12. Бахвалов К.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.

### **Периодические издания**

1. Журнал вычислительной математики и математической физики (ЖВМ и МФ).

### **Интернет-ресурсы**

1. <http://www.EXPonent.ru>
2. <http://iem.phys.dcn-asu.ru/stud/VM/vmii.html>
3. <http://Math.ru>
4. <http://electrolibrary.narod.ru>
5. <http://lib.mexmat.ru>
6. <http://math-portal.ru>

7. <http://uchites.ru>
8. <http://softlab-portable.ru>
9. <http://intuit.ru>
10. <http://eduScan.net>
11. <http://ph4s.ru>

По *дисциплинам вариативной части профессионального цикла Б.3.* испытуемый должен знать основные методы построения разностных схем. Способы получения априорных оценок для решения однородных разностных схем. Определение устойчивости и сходимости.

Приведение двухслойных схем к каноническому виду и условия устойчивости в виде операторного неравенства.

Определение экономичной разностной схемы решения многомерных задач для параболических уравнений. Продольно-поперечная схема, алгоритм решения первой начально-краевой задачи с помощью схемы Дугласа – Рэкфорда - Писмена. Доказательство устойчивости схемы. Построение экономичных факторизованных схем для многомерной нестационарной задачи. Доказательство устойчивости факторизованной схемы.

Методы решения краевых задач для квазилинейного уравнения теплопроводности. Способы построения монотонных схем для параболических уравнений общего вида. Принцип экстремума для разностных уравнений, доказательство теоремы о принципе максимума.

#### Литература

1. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
2. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008, 480с.



3. Рашиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач. Санкт-Петербург: Лань, 2005, 208с.
4. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. Москва: Издание Московского университета, 2010, 168с.
5. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физмат-рит, 2003.
6. Самарский А. А. – Теория разностных схем. М., 1975.
7. Марчук Г. И. – Методы вычислительной математики. М., Наука, 1980.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989, 430с.
9. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы (введение в теорию) М.: Наука, 1977, 439с.
10. Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988, 263с.
11. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. М.: Наука, 1973.
12. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967г.

#### **4. Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний**

1. Дать определение непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва.
2. Функции, непрерывные на компакте (сегменте). Суперпозиция функции. Обратная функция. Теоремы Вейерштрасса.
3. Производная функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Дифференциал. Правила дифференцирования.
4. Дифференцирование сложной функции.
5. Теоремы Дарбу, Роля, Лагранжа.
6. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
7. Необходимое и достаточное условие экстремума в точке.
8. Схема исследования функции.

9. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования (замена переменной, по частям).
10. Неопределенный интеграл Римана. Критерий Коши.
11. Определенный интеграл Римана. Свойства. Теорема о среднем значении.
12. Функции нескольких переменных. Непрерывность в точке. Дифференцирование.
13. Производная по направлению. Градиент.
14. Экстремумы функции многих переменных. Необходимые условия. Достаточные условия.
15. Числовые ряды. Признаки сходимости.
16. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница, Абеля, Дирихле.
17. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши.
18. Признаки равномерной сходимости.
19. Степенные ряды. Сходимость и радиус сходимости. Ряд Тейлора.
20. Кратные интегралы, определения.
21. Сведение кратных интегралов к повторным (для двойного интеграла).
22. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
23. Основные понятия и операции теории поля.
24. Формула Грина и Остроградского.
25. Ряды Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
26. Функции одной переменной комплексной переменной. Предел, непрерывность в точке, дифференцируемость.
27. Аналитические функции. Условия Коши-Римана.
28. Теорема Коши об интеграле по замкнутому кусочно-гладкому контуру от аналитической функции комплексного переменного.
29. Интегральная формула Коши.

- 30.Ряд Лорана. Классификация особых точек аналитических функций.
- 31.Разложение аналитической функции в степенной ряд.
- 32.Различные виды уравнений прямой и плоскости. Перпендикулярность и параллельность прямых, прямой и плоскости.
- 33.Классификация линий и поверхностей второго порядка. Канонические уравнения.
- 34.Группа, кольцо, поле, алгебра.
- 35.Основная теорема алгебры, следствия из нее.
- 36.Матрицы. Операции с матрицами. Обратная матрица и ее существование. Ранг матрицы. Транспонирование матриц.
- 37.Исследование систем линейных уравнений. Метод Крамера, Гаусса решения СЛАУ. Матричное решение системы уравнений.
- 38.Линейное пространство. Линейная зависимость векторов. Базис, размерность, линейные оболочки.
- 39.Линейные операторы в евклидовом пространстве. Операции над ними.
- 40.Ортогональные, самосопряженные, положительные операторы.
- 41.Билинейные и квадратичные формы. Приведение к каноническому виду.
- 42.Критерий Сильвестра.
- 43.Неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Общее решение.
- 44.Существование и единственность решения задачи Коши.
- 45.Зависимость решения от начальных данных и от параметров.
- 46.Устойчивость по Ляпунову. Функция Ляпунова.
- 47.Классификация уравнений с частными производными второго порядка. Канонический вид.
- 48.Задача Коши. Теорема Коши-Ковалевской (без доказательства).
- 49.Основные задачи для уравнений параболического типа.
- 50.Волновое уравнение.

51. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
52. Схема Эйлера решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
53. Схема предиктор-корректор решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
54. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
55. Однородные разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
56. Устойчивость, сходимость однородных разностных схем для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
57. Разностные схемы для уравнения колебания струны.
58. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явные и неявные схемы.
59. Устойчивость и сходимость разностных схем для уравнения теплопроводности.
60. Принцип максимума для разностных схем.
61. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области.
62. Случайные величины. Независимость. Примеры дискретных и непрерывных случайных величин.
63. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднеквадратическое отклонение.
64. Теорема Лапласа. Закон больших чисел.
65. Непрерывные распределения. Нормальное распределение. Равномерное распределение.