ПРОГРАММА
вступительных испытаний в магистратуру по направлению
01.04.01 – «Математика»

Магистерская программа
01.04.01 – «Уравнения в частных производных»

Содержание

1. Общие положения, регламентирующие порядок проведения вступительных испытаний в магистратуру по направлению 010100.68 – «Математика» магистерской программы «Уравнения в частных производных», требования к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров

При составлении программы вступительных испытаний в магистратуру по направлению 010100.68 – «Математика» магистерской программы «Уравнения в частных производных» учитывались требования ФГОС ВПО к уровню подготовки бакалавров, необходимому для освоения программы магистров.

«Бакалавр математики» должен быть сформировавшимся специалистом, иметь навыки к научно-исследовательской работе, уметь использовать разнообразные научные и методические приемы, владеть методами и средствами исследования, а также иметь уровень подготовки, соответствующий требованиям ФГОС и необходимый для освоения программы магистров.

Бакалавр должен знать основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения научных, научно-методических, организационно-управленческих задач; знать основные направления, новейшие результаты и перспективы развития математической науки.

Бакалавр должен свободно владеть необходимым запасом математических терминов и владеть полным набором математических понятий.

Бакалавр должен уметь:

- для заданной задачи осуществить ее постановку на языке математики;
- владеть математическими методами и приемами для успешного решения этой задачи;
- анализировать собственную деятельность с целью ее совершенствования;
- повышать профессиональную квалификацию;
- быть готовым для научно-исследовательских работ.

Целью вступительных испытаний в магистратуру является определение уровня качества подготовки бакалавров, пригодность и соответствие знаний и умений требованиям ФГОС, необходимым для обучения в магистратуре. Для объективного установления этого в программу вступительных испытаний в магистратуру включаются вопросы по всем дисциплинам федерального компонента ФГОС учебного плана подготовки и отдельная программа бакалавров по направлению 010100.62 – «Математика» по блоку специальных дисциплин.

Вступительные испытания в магистратуру должны позволить оценить:

- уровень овладения основными понятиями всех математических дисциплин, входящих в программу подготовки бакалавра прикладной метаматематики и информатики;
- уровень готовности бакалавра к научно-исследовательской работе;
- уровень овладения основными методами исследовательской работы;
- знание объективных тенденций развития математической науки.

По итогам вступительных испытаний в магистратуру, с учетом выявленных знаний и умений по вопросам, включенным в билет (состоящий из трех вопросов), приемная комиссия выставляет единую оценку на основе коллективного обсуждения.

2. Критерии оценки ответов при проведении вступительных испытаний в магистратуру. Формы проведения вступительных испытаний. Методические рекомендации к проведению вступительных испытаний

Ответ на вступительных испытаниях в магистратуру оценивается на закрытом заседании приемной комиссии простым большинством голосов членов комиссии.

Результаты вступительных испытаний в магистратуру определяются оценками «пять», «четыре», «три», «два».

Оценка «пять» ставится за ответ, в котором раскрываются все вопросы, включенные в программу, логически правильно построен ответ, все теоремы с полными доказательствами, все понятия изложены с различных методических подходов. Испытуемый свободно отвечает на дополнительные вопросы по дисциплине.

Оценка «четыре» ставится за ответ, в котором изложены все понятия включенные в программу, логически правильно построен ответ, приводятся формулировки теорем и выводы формул, входящих в билетный вопрос, но в доказательствах и выводах есть небольшие ошибки. Испытуемый не отвечает на треть дополнительных вопросов.

Оценка «три» ставится за ответ, в котором излагаются все понятия по программе, приводятся формулировки теорем без доказательств, формулы без вывода. Испытуемый отвечает менее половины дополнительных вопросов по курсу.

Оценка «два» ставится за ответ, в котором излагаются входящие в программу понятия с ошибками, нет доказательств теорем. Формулировки теорем с ошибками, формулы с недочетами. Испытуемый не дает правильных ответов на дополнительные вопросы по курсу.

Вступительное испытание проводится в письменной форме. Комиссия также может устными вопросами уточнять ответы испытуемого для выставления объективной оценки.

Основными методическими рекомендациями к проведению вступительных испытаний являются:

- определение соответствия бакалавра требованиям ГОС ВПО и уровень его подготовки;

- принятие решения о зачислении в магистратуру по магистерской программе «Уравнения в частных производных» по результатам вступительных испытаний.

3. Структура вступительного экзамена по направлению. Литература

ОУМ 1. Математический анализ.

1.1. Предел функции. Замечательные пределы. Определение предела функции по Коши, по Гейне.

1.2. Теоремы о пределах функций, замечательные пределы.

1.3. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Определение непрерывности в точке, на множестве. Арифметические действия над непрерывными функциями.

1.4. Точки разрыва. Типы разрывов. Свойства непрерывных функций.

1.5. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций.

1.6. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

1.7. Определение производной, ее геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Полный дифференциал функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости.

1.8. Определение частных дифференциалов. Теорема о равенстве частных производных. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемых на сегменте функций. Геометрический смысл теоремы Лагранжа.

1.9. Исследование функции методами дифференциального исчисления: признаки монотонности функции, экстремумы функций, выпуклость и точки перегиба, асимптоты, понятие неявной функции, условия существования неявной функции одной действительной переменной, достаточные условия непрерывности и дифференцируемости неявной функции.

1.10. Определение интеграла с помощью интегральных сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Условие существования. Интеграл Римана и его основные свойства. Интеграл по переменному верхнему пределу.

1.11. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы.

1.12. Признаки сходимости. Интегралы с бесконечными пределами (первого рода) и интегралы от неограниченных функций. Интегралы в смысле главного значения. Признаки сравнения.

1.13. Кратные интегралы. Определение. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.

1.14. Поверхностные интегралы. Определение. Связь между поверхностными интегралами первого и второго типа. Формула Стокса.

1.15. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. ряд Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.

1.16. Ортогональные системы функции. Сходимость ряда Фурье. Понятие об интеграле Фурье.

Литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.(для бакалавров) —М., Изд. Юрайт,2009, Т. 1 — С. 704, Т. 2 — С. 720, Т. 3 — С. 352.
2. Ильин В.А.,Позняк Э.Г. Основы математического анализа –М.: Физматлит, 2009. Ч. 2. ЭБС «Лань»

ОУМ 2. Алгебра и теория чисел.

2.1. НОД, НОК. Алгоритм Евклида.

- Ввести понятие канонического разложения числа. Доказать существование и единственность канонической записи. Нахождение НОД и НОК с использованием канонического расположения. Алгоритм Евклида. Вывод. Связь НОД и НОК двух чисел.

2.2. Алгебраические структуры с одной бинарной алгебраической операцией. Теорема Лагранжа о конечных группах. Циклические группы.

- Ввести определения полугруппы, группы. Смежные классы, разложения группы по подгруппе. Порядок группы, индекс подгруппы. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп.

2.3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

- Метод Гаусса, исследование систем линейных уравнений и решение. Метод Крамера. Системы линейных уравнений крамеровского типа. Вывод формул Крамера матричным способом.

2.4. Критерий совместности систем линейных уравнений.

- Теорема Кронекера-Капелли с доказательством.

2.5. Линейные преобразования векторных пространств. Собственные значения и собственные векторы.

- Определение линейного преобразования. Изменение координат вектора при линейном преобразовании. Собственные значения и соответствующие им собственные векторы .Свойства собственных векторов.

2.6. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности.

- Дать определение положительной определенности. Свойства. Критерий Сильвестра положительной определенности с доказательством.

2.7. Матрицы. Операции над матрицами. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

- Определение операции над матрицами. Обратная матрица, условие существование. Кольцо квадратных матриц. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

2.8. Линейные пространства. Базис и размерность. Координаты вектора. Связь координат вектора в различных базисах.

- Определение линейного пространства. Определение базиса. Существование базиса, процесс ортогонализации. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к другому базису.

2.9. Алгебраические структуры с двумя алгебраическими операциями. Делители нуля. Характеристика поле.

- Определение кольца и поля. Примеры: делители нуля в кольце. Свойства. Характеристика поля, свойства. Примеры числовых полей. Поле комплексных чисел.

2.10. Поле комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Формула Муавра. Корень n-ой степени из единицы. Свойства.

- Ввести понятие пары. Алгебраическая форма комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел в алгебраической форме. Тригонометрическая форма. Операции над комплексным числами в тригонометрической форме. Извлечения корня n-ой степени.

2.11. Многочлены. Операции над многочленами. Делимость многочленов с остатком. Корни многочленов. Схема Горнера. НОД и НОК. Теорема Виета.

- Операции над многочленами. Корни многочленов. Делимость на двучлен. Схема Горнера. Кратные корни. Взаимно простые многочлены. Теорема Виета. Основная теорема алгебры многочленов (без доказательства).

2.12. НОД. Алгоритм Евклида.

- Понятие НОД нескольких чисел. Взаимно простые и попарно взаимно простые числа. Алгоритм Евклида и его следствия.

2.13. Непрерывные дроби.

- Понятие непрерывной дроби. Конечные и бесконечные непрерывные дроби. Подходящие дроби и закон их составления. Свойства подходящих дробей.

2.14. Сравнения и классы вычетов.

- Определение сравнения. Свойства сравнений относящихся к сложению и умножению. Полная система вычетов. Класс вычетов по модулю. Свойства классов вычетов по модулю m.

2.15. Теорема Эйлера и теорема о сравнениях.

Приведенная система вычетов по модулю m и ее свойство. Теорема Эйлера о сравнениях. Малая теорема Ферма.

2.16. Сравнения первой степени с одним неизвестным; способы их решения. Понятие сравнения с одним неизвестным. Определение решения сравнения. Теорема о сравнениях первой степени с одним неизвестным.

Способ Эйлера и способ непрерывных дробей решения сравнений 1-ой степени.

Литература

1. Кострикин А.И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. 4-е изд. С.-П.: Лань, 2012г.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 18-е изд. С.-П.: Лань, 2011г.
3. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. 5-е изд. С.-П.: Лань, 2012г. ЭБС «Лань»
4. Виноградов И.М., Основы теории чисел. 10-е изд. «Лань», 2009г.
5. Бухштаб А.А. Теория чисел. 4-е изд. «Лань», 2009г.

ОУМ 3. Дифференциальные уравнения.

3.1. Формулировка теоремы существования решения задачи Коши. Функции, удовлетворяющие условию Липшица. Доказательство существования решения задачи Коши (метод последовательных приближений). Доказательство единственности решения.

3.2. Линейная зависимость (независимость) системы функции. Фундаментальная система функций. Условия линейной зависимости (независимости) фундаментальной системы. Структура общего решения уравнения. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по структуре правой части.

3.3. Метод Эйлера нахождения общего решения однородного уравнения. Линейная зависимость (независимость) частных решений. Вариация произвольных постоянных. Получение системы уравнений для определения коэффициентов.

3.4. Понятие устойчивости по Ляпунову. Понятие асимптотической устойчивости. Критерий устойчивости по первому приближению. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.

Литература

1.Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. 2-е изд., стереотип., 2011г. ЭБС «Лань»
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1542
2. Берков Н.А., Зубков В.Г., Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А. Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации. 2-е изд., испр., 2013г. ЭБС «Лань»
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=30426
3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 332 с. [электронный ресурс http://e.lanbook.com/view/book/5268/].
4. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. – М.: ВЛАДОС, 2011. – 376 с. [электронный ресурс www.knigofond.ru/books/122576].
5. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 312 с. [электронный ресурс www.knigofond.ru/books/106324].

ОУМ 4. Функциональный анализ.

4.1. Определение метрического пространства. Примеры.

4.2. Определение полного метрического пространства. Примеры.

4.3. Определение сжимающего отображения.

4.4. Теорема о принципе сжимающих отображений и ее доказательство.

4.5. Определение линейного нормированного пространства и пространства Банаха. Примеры.

4.6. Определение компактного множества в нормированных пространствах. Примеры.

4.7. Дать понятие равномерной ограниченности и равностепенной непрерывности функций множества.

4.8. Привести доказательство теоремы Арцела.

4.9.Определение резольвенты и привести ее свойства.

4.10. Теоремы Фредгольма и их доказательства.

Литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 517 стр. www.knigafund.ru/ 107095.
2. Смолин Ю.Н. Введение в теорию функций действительной переменной. – Изд-во ФЛИНТА, 2012 г. – 517 с. www.knigafund.ru/ 170454.
3. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Изд-во Физматлит, 2010 г., 521 с. www.knigafund.ru/ 1711884.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд-во Физматлит, 2009 г., 572 с., http://e.lanbook.com.
5. Гуревич А.П., Корнев В.В., Хромов А.П. Сборник задач по функциональному анализу. Изд-во «Лань», 2012 г., 192 с., http://e.lanbook.com.
6. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. Изд-во «Лань», 2009 г., 272 с., http://e.lanbook.com.
7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Изд-во «Физматлит», 2005 г., 240 с., http://e.lanbook.com.

ОУМ 5. Теория функции комплексного переменного.

5.1. Определение производной функции комплексного переменного в точке.

5.2. Доказать теорему о необходимых и достаточных условиях дифференцируемости в точке области, т.е. получить условия Коши-Римана.

5.3. Определение однозначной аналитической функции в области. Привести доказательство интегральной теоремы Коши. Пример.

5.4. Сформулировать теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора и привести ее доказательство.

5.5. Определение ряда Лорана. Радиус сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана с доказательством. Пример.

5.6. Классификация особых точек аналитической функции.

5.7. Определение вычета функции комплексного переменного относительно особой изолированной точки.

5.8. Основная теорема о вычетах и ее доказательство. Показать на примере применение теоремы о вычетах для вычисления интегралов.

Литература

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ. Мат. лит., 2010 г., 234 с. www.knigafund.ru/books/ 112548.

2. Карасев И.П. Теория функций комплексного переменного. Изд-во Физ. Мат. лит., 2008 г. www.knigafund.ru/books/ 106373.

3. Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010 г.

4. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2005 г.

5. Волковысский А.И., Лунц Г.Л., Араманович А.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Изд-во физ.мат. лит. - М.: «Наука», 2006 г.

6. Шабунин М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: «Наука», 2010 г.

ОУМ 6. Уравнения в частных производных.

6.1. Определение УЧП. Уметь классифицировать УЧП второго порядка.

6.2. Привести примеры УЧП с постоянными и переменными коэффициентами.

6.3. Дать постановки задач Коши, Гурса, Дарбу для уравнения колебания струны.

6.4. Получить формулу Даламбера решения задачи Коши.

6.5. Дать определение гармонической функции и привести примеры.

6.6. Перечислить основные свойства гармонической функции.

6.7.Доказать теорему о максимуме и минимуме гармонической функции.

6.8. Сформулировать основные начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности.

6.9. Доказать принцип экстремума для параболических уравнений.

6.10. Сформулировать задачу Дирихле для общего эллиптического уравнения.

6.11. Методом Фурье решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике и дать его обоснование.

6.12. Методом Фурье решить задачу Дирихле в круге и дать его обоснование.

Литература

1. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009г.

2. Ильин А.М. Уравнения математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009г., 192с.

3. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. М.: «Наука», 2012 г.

4. Михлин С.Г. Курс математической физики. - М.: «Лань», 2010 г.

5. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. Изд-во ВЛАДОС, 2011 г. – 376 с. www.knigafund.ru/books 122576

ОУМ 7. Компьютерные науки.

Основные устройства и структура современных ЭВМ. Магистрально-модульный принцип построения компьютера. Магистраль. Процессор, оперативная память. Аппаратная реализация компьютера: системный блок, внешняя память, устройства вывода информации. Структура и назначение программного обеспечения. Операционная система, загрузка операционной системы. Программная обработка данных. Файлы и файловая система. Логическая структура дисков. Прикладное программное обеспечение. Основные понятия и принципы объективно-ориентированного программирования. Алгоритмическое (операционное) программирование. Структурное программирование. Объективно ориентированное программирование. Понятие инкапсуляции, наследования и полиморфизма. Основные элементы и операторы языка программирования Паскаль. Алфавит, основные определения. Структура программы. Стандартные типы данных. Программирование алгоритмов линейной структуры. Операторы ввода и вывода данных, оператор присваивания, составной и пустой операторы. Управляющие конструкции языка. Условный оператор, оператор выбора, оператор перехода. Примеры программирования вычислительных процессов с разветвлениями. Организация циклических процессов. Оператор цикла с предварительным условием. Оператор цикла с последующим условием. Оператор цикла с параметром. Вложенные циклы. Сложный тип данных- массивы. Понятие массива, тип массива, упакованные массивы, многомерные массивы. Подпрограммы. Процедуры и функции. Ограниченный и примерный тип данных. Множества и записи. Файловый типа данных. Информация и сообщение. Понятие об информации, средствах ее обработки. Свойства информации как мера уменьшения неопределенности знаний. Содержательный и алфавитный подход ее определению количества информации. Формула Шеннона. Представление и кодирование информации. Двоичное кодирование в компьютере. Алгоритм, его свойства, методы проектирования, отладка Алгоритмы, основные свойства и способы представления. Объекты алгоритма: константа, переменная, имя объекта алгоритма, массивы. Обработка массивов. Структурный подход к разработке алгоритмов. Этапы разработки алгоритма: Анализ условия задачи, макет исходных данных, макет печати результатов, таблица идентификаторов, пошаговая детализация алгоритма, формальное исполнение алгоритма, формальное исполнение алгоритма. Информационные технологии обучения. Технические возможности персонального компьютера как основа его применения в учебном процессе. Основные направления использования новых информационных технологий в образовании. Развитие личностных качеств учащегося при использовании информационных технологий в процессе обучения. Формирование учебного опыта самостоятельной экспериментально- исследовательской деятельности. Программные средства учебно-методического назначения. Программные средства проектирования педагогических программных средств. Перспективы использования информационных технологий в процессе обучения. Экспертные обучающиеся системы. Видео, компьютерные системы, продукты мультимедиа технологии. Системы виртуальной реальности. Интернет-ресурсы образовательного типа.

Литература

1. Великович Л.С., Цветкова М.С. Программирование для начинающих. Издательство: "Бином. Лаборатория знаний" , 3-е изд. эл. 2012г. ЭБС«Лань» http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=8772
2. Ключев А.О., Кустарев П.В., Ковязина Д.Р., Петров Е.В. Программное обеспечение встроенных вычислительных систем. Изд-во: СПбНИУ ИТМО (Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики), 2009г. **http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=40705**

3. Богачёв К.Ю. Основы параллельного программирования: учебное пособие. Изд-во: "Бином. Лаборатория знаний", 2-е изд. эл., 2013г. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=42626
4. Шаньгин В.Ф. Защита информации в компьютерных системах и сетях. Изд-во "ДМК Пресс", 2012г. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3032

ОУМ 8. Дифференциальная и аналитическая геометрия, топология. Дискретная математика и математическая логика.

8.1. Кривые. Формулы Френе.

- Кривые. Репер Френе. Кривизна и кручение кривых. Формулы Френе.

8.2. Первая и вторая квадратичные формы поверхности.

- Определения первой и второй квадратичных форм. Коэффициенты этих форма. Применения первой квадратичной формы для нахождения длины дуги кривой на поверхности, площади области на поверхности, угла между кривыми на поверхности.

8.3. Гладкие многообразия.

- Определение гладкого многообразия. Отображение многообразий. Многообразия с краем.

8.4. Векторы. Линейные операторы над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Свойства.

- Сложение векторов, умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы. Координаты вектора относительно данного базиса. Выражение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов через координаты этих векторов.

8.5. Прямая линия на плоскости. Взаимное расположение прямых.

- Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через две точки, общее уравнение прямой, уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Приведение общего уравнения к нормальному виду, расстояние от точки до прямой.

8.6. Плоскость в пространстве. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.

- Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку параллельно двум векторам. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости.

8.7. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве.

- Прямая, как линия пересечения двух плоскостей. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду. Расстояние от точки до прямой в пространстве.

8.8. Прямая и плоскость в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.

- Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную прямую, перпендикулярно данной плоскости.

8.9. Кривые второго порядка. (КВП)

- Эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы, фокальные радиусы этих кривых. Асимптоты гиперболы.

8.10. Поверхности второго порядка (ПВП).

- Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры. Конические сечения.

8.11. Применение инвариантов для определения типа КВП и ПВП и приведение их к каноническому виду.

- Инварианты КВП и ПВП при параллельном переносе, при повороте осей и общего преобразование.

8.12. Исчисления высказываний. Нормальные и совершенные формы. Теоремы проблемы разрешимости.

- Ввести понятие высказыванию операции над высказываниями. Основные законы алгебры высказываний. Нормальные и современные формы. Теорема о приводимости к совершенным формам. Четыре теоремы проблемы разрешимости.

8.13. Аксиомы исчисления высказываний. Доказуемость выводимость. Правила вывода ИВ. Теорема о дедукций.

- Привести аксиомы Гильберта ИВ. Ввести определения понятий доказуемости и определения понятий доказуемости и выводимости. Правила заключения и правило об эквивалентной замене. Теорема о дедукции ИВ с доказательством.

8.14. Приложения предикатов. Строение и виды теорем. Необходимое и достаточное условие.

- описание строения теорем с помощью предикатов. Изучение видов теорем на языке предикатов. Необходимое и достаточное условие как предикатные формулы.

8.15. Правильные и неправильные рассуждения. Примеры неправильных рассуждений.

- Определение правильного рассуждения. Равносильность правильного рассуждения и предикатной формулы. Виды правильных рассуждений. Привести примеры правильных рассуждений.

8.16. Размещения и сочетания.

- Упорядоченные и неупорядоченные (n,k)- выборки. Правило произведения в комбинаторике. Формулы для числа размещений и сочетаний.

8.17. Биноминальная формула Ньютона. Перестановки с повторениями.

- Биноминальная формула. Свойства биноминальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Формула для числа перестановок с повторениями.

8.18. Графы. Типы графов. Теоремы о степенях вершин графа.

- Определение графа. Ориентированные и неориентированные графы. Мультиграф и псевдограф. Понятие степени вершины. Положительная и отрицательная степень вершины. Теоремы о степенях вершин неориентированного и ориентированного графа.

Литература

1. Асанов М.О. Баранский В.А. Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. 2-е изд. испр. и доп. 2010г. ЭБС "Лань"

2. Редькин Н.П. Дискретная математика: учебник. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2009. ЭБС «Книгафонд»

3. Тюрин С.Ф., Аляев Ю.А. Дискретная математика: Практическая дискретная математика и математическая логика: учебное пособие. Изд-во: Финансы и статистика, 2010 г. ЭБС «Книгафонд»

ОУМ 9. Теория вероятностей и математическая статистика.
Методы вычислений.

9.1. Классическое и геометрическое определение вероятности.

9.2. Формулы Бернулли, Байеса.

9.3. Интегральная формула Лапласа.

9.4. Основные законы распределения случайных величин (в том числе нормальный закон Гаусса).

9.5. Оценка доверительного интервала с заданной надежностью.

9.6. Критерии достоверной различимости статистических данных, методы Монте-Карло.

9.7. Классические методы вариационного исчисления и их приложения к решению конкретных задач из механики, математической физики: уравнения Эйлера для различных функционалов, методы отыскания оптимального значения функционалов: градиентные методы, метод Ритца, методы оптимального управления (принцип Понтрягина).

9.8. Основные квадратурные формулы (прямоугольников, трапеции, Симпсона), получение оценок точности этих формул.

9.9. Методы Эйлера, Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка: алгоритм решения, скорость сходимости решения соответствующих разностных схем.

9.10. Построение разностных схем для основных типов дифференциальных уравнений в частных производных, доказательство устойчивости и сходимости разностных схем на основе принципа максимума, метода энергетических неравенств.

<u>Литература</u>

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М., ЭБС «Лань», 2009г.
2. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Издательство: ФЛИНТА, ЭБС «Книгафонд», 2011 г.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. Издательство: Юнити-Дана, ЭБС «Книгафонд», 2012 г.
4. Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. Издательство МГУ, ЭБС «Книгафонд», 2012

ОУМ 10. Специальные дисциплины

1. Постановка задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева – Бицадзе. Принцип экстремума и единственность решения задачи.
2. Постановка задачи Трикоми для уравнения Трикоми. Принцип экстремума и единственность решения задачи.
3. Вывод функциональных соотношений между $\tau(x)$ и $\nu(x)$, принесенных на линию вырождения из эллиптической части области в случае задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева – Бицадзе.
4. Вывод функциональных соотношений между $\tau(x)$ и $\nu(x)$, принесенных на линию вырождения из эллиптической части области в случае задачи Трикоми для уравнения Трикоми.

5. Редукция вопроса существования решения задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева – Бицадзе к вопросу разрешимости сингулярного интегрального уравнения.

6. Редукция вопроса существования решения задачи Трикоми для уравнения Трикоми к вопросу разрешимости сингулярного интегрального уравнения.

7. Задача Трикоми для уравнения Трикоми. Доказательство существования решения сингулярного интегрального уравнения.

8. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева – Бицадзе. Доказательство существования решения сингулярного интегрального уравнения.

9. Задача Трикоми в области, эллиптическая часть которой полуполоса.

10. Задача Трикоми в области, эллиптическая часть которой половина верхней полуплоскости, а гиперболическая - характеристический треугольник.

11. Задача Трикоми в области, эллиптическая часть которой – верхняя полуплоскость, а гиперболическая - неограниченный характеристический треугольник.

12. Задача Франкля для уравнения Чаплыгина. Доказательство единственности решения задачи.

13. Задача Франкля для уравнения Чаплыгина. Существование решения задачи.

14. Задача Геллерстедта G_1 для уравнения смешанного типа. Единственность решения задачи.

15. Задача Геллерстедта G_1 для уравнения смешанного типа. Существование решения задачи.

16. Задача Геллерстедта G_2 для уравнения смешанного типа. Единственность решения задачи.

17. Задача Геллерстедта G_2 для уравнения смешанного типа. Существование решения задачи.

18. Краевая задача для уравнения смешанного типа с перпендикулярными линиями вырождения. Единственность решения задачи.

19. Краевая задача для уравнения смешанного типа с перпендикулярными линиями вырождения. Существование решения задачи.

20. Задача Неймана – Трикоми. Единственность решения задачи.

21. Задача Неймана – Трикоми. Существование решения задачи.

22. Краевая задача для уравнения эллиптико – гиперболического типа второго рода. Единственность решения задачи.

23. Краевая задача для уравнения эллиптико – гиперболического типа второго рода. Существование решения задачи.

24. Аналог задачи Трикоми в конечной трехмерной односвязной области.

25. Задача Трикоми со спектральным параметром.

26. Задача с нелокальными условиями на характеристиках для уравнения смешанного типа, порядок которого вырождается вдоль линии изменения типа. Единственность решения задачи.

27. Задача с нелокальными условиями на характеристиках для уравнения смешанного типа, порядок которого вырождается вдоль линии изменения типа. Существование решения задачи.

28. Краевая задача со смещением для уравнения смешанного типа второго рода. Единственность решения задачи.

29. Краевая задача со смещением для уравнения смешанного типа второго рода. Существование решения задачи.

30. Разностный метод решения задачи Трикоми.

31. Задача со смещением для уравнения Лаврентьева – Бицадзе. Единственность решения задачи.

32. Задача со смещением для уравнения Лаврентьева – Бицадзе. Существование решения задачи.

33. Задача типа задачи Бицадзе – Самарского для уравнения Трикоми. Единственность решения задачи.

34. Задача типа задачи Бицадзе – Самарского для уравнения Трикоми. Существование решения задачи.

35. Задача со смещением для уравнения Геллерстедта. Единственность решения задачи.

36. Задача со смещением для уравнения Геллерстедта. Существование решения задачи.

Литература

1. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. М.: «Наука», 2012 г.

2. Михлин С.Г. Курс математической физики. - М.: «Лань», 2010 г.

3. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. Изд-во ВЛАДОС, 2011 г. – 376 с. www.knigafund.ru/books 122576.

4. Ильин А.И. Уравнения математической физики. Изд-во Физматлит, 2009 г. – 192 с. www.knigafund.ru/books/ 106299.

4. Перечень вопросов, определяющих содержание вступительных испытаний

1. Алгоритм Евклида для нахождения НОД и НОК двух чисел.
2. Приложение теории сравнения к признакам делимости чисел.
3. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений.
5. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп.
6. Теорема Лагранжа о конечных группах.
7. Теорема о гомоморфизме групп.
8. Делители нуля. Характеристика поля. Свойства.
9. Формулы Виета.

10. Собственные вектора и собственные значения линейного преобразования векторного пространства.
11. Критерий Сильвестра положительной определенности, квадратичной формы.
12. Классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Канонический и нормальный вид квадратичной формы.
13. Первая и вторая квадратичные формы.
14. Теорема о дедукции в исчислении высказываний.
15. Теорема о приводимости к нормальным и совершенным формам.
16. Предел функции. Замечательные пределы.
17. Непрерывность функции одной и многих переменных.
18. Теорема о наибольшем и наименьшем значении непрерывных на сегменте функций.
19. Производная, ее геометрический и механический смысл.
20. Полный дифференциал функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости.
21. Теорема Лагранжа о конечных приращениях для дифференцируемой на сегменте функции.
22. Исследование функции методами дифференциального исчисления.
23. Понятие неявной функции. Условие существования неявной функции одной переменной.
24. Интеграл Римана и его основные свойства.
25. Интеграл по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
26. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.
27. Кратные интегралы. Признак сходимости.
28. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
29. Формула Грина.
30. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда.

31. Ряды Фурье. Достаточное условие представимости функции рядом Фурье.
32. Принцип сжатых отображений. Полные метрические пространства (примеры). Пространство Банаха.
33. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го и 2-го рода. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра второго рода.
34. Компактные множества в метрических пространствах. Критерий компактности пространства непрерывных функций (теорема Арцела).
35. Теорема Фредгольма для компактного оператора.
36. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x, y)$.
37. Теорема о структуре общего решения обыкновенного линейного дифференциального уравнения.
38. Метод вариации произвольных постоянных. Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
39. Нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
40. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
41. Гармонические функции и их свойства.
42. Основные краевые задачи для уравнения эллиптического типа.
43. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
44. Задача Коши для волнового уравнения.
45. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме.
46. Решение первой краевой задачи для прямоугольника методом Фурье.
47. Простейшая задача вариационного исчисления. Формулировка основных лемм и выводов уравнения Эйлера.
48. Аксиоматическое определение вероятности события.
49. Вероятность суммы и произведения событий.
50. Формула полной вероятности.

51. Определение аналитической функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
52. Теорема Коши об интеграле по замкнутому кусочно-гладкому контуру от аналитической функции комплексного переменного.
53. Интегральная формула Коши.
54. Изолированные особые точки аналитической функции комплексного переменного. Теорема Лорана.
55. Постановка задачи теории интерполирования. Интерполяционная формула Лагранжа.
56. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
57. Интерполяционные квадратурные формулы: формулы трапеций, прямоугольников, Симпсона.
58. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений: метод Эйлера и его модификации.
59. Метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
60. Однородные разностные схемы первой краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
61. Метод сеток решения краевых задач для уравнения теплопроводности. Явные и неявные схемы, погрешность аппроксимации, устойчивость и сходимость.
62. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
63. Разностные схемы для уравнения колебания струны. Исследования устойчивости.
64. Основные устройства и структура современных ЭВМ. Структура и назначение программного обеспечения ЭВМ.
65. Синтаксис и семантика языка программирования (по выбору).

66. Алгоритм, его свойства, методы проектирования, отладки.
67. Компьютерные сети и системы, Интернет, Интранет.
68. Выпуклые множества, функции. Условия оптимальности задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
69. Задача линейного программирования. Двойственность в задачах линейного программирования.
70. Градиентный метод отыскания минимума функции многих переменных.
71. Задача вариационного исчисления. Условие Эйлера – Лагранжа.